

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧЕННОЙ ИЗМЕРЕНИЕМ ГЕОМЕТРИИ ИЗДЕЛИЙ С ПОМОЩЬЮ КООРДИНАТНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Кашуба Леонид Анатольевич¹, Проходцев Егор Алексеевич²

¹Кандидат технических наук, доцент;
ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна»,
Институт системного анализа и управления;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19;
e-mail: leonid-ak@mail.ru.

²Аспирант;
МГТУ им. Н. Э. Баумана;
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5;
e-mail: e.prokhodtsev@gmail.com.

Геометрия номинальных элементов представлена в номинальной системе координат проекта. Измеренная с помощью координатно-измерительных машин в системе координат системы измерения реальная геометрия элементов отличается от номинальной геометрии по форме и расположению. В статье обоснованы и представлены основы обработки измерительной информации для определения отклонений формы и расположения пространственных реальных элементов детали.

Ключевые слова: номинальный элемент, реальный элемент, номинальная система координат, система координат системы измерения, отклонение формы, отклонение расположения, погрешности формы и расположения.

FUNDAMENTALS OF THE THEORY OF INFORMATION PROCESSING, OBTAINED BY MEASURING THE GEOMETRY OF THE PRODUCTS USING COORDINATE MEASURING MACHINES

Kashuba Leonid¹, Prokhotsev Yegor²

¹Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, associate professor,
Dubna State University,
Institute of the system analysis and management;
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;
e-mail: leonid-ak@mail.ru.

²Graduate;
Bauman MSTU;
105005, Moscow, 2-ya Baumanskaya str., 5;
e-mail: e.prokhotsev@gmail.com.

The geometry of the elements presented in nominal rated project coordinate system. Measured with a coordinate measuring machines in the coordinate system of measuring the actual geometry of the elements is different from the nominal geometry of the shape and location. In article, and the fundamentals of processing of the measuring data to determine deviations of form and position of the spatial elements of the real part.

Keywords: nominal element, real element, nominal system of coordinates, system of coordinates of system of measurement, form deviation, deviation of an arrangement, form and arrangement error.

Введение

В машиностроении геометрия *изделий*¹ играет определяющую роль. Она является ключевым инструментом представления об облике объектов машиностроения в процессе проектирования и реализации проекта. Современные системы автоматизированного проектирования (САПР) геометрии объектов машиностроения включают в себя множество программных и аппаратных средств – от систем двумерного черчения до трехмерного параметрического моделирования поверхностей и объемных тел, позволяющих проектировать идеальную геометрию *недеформируемых*² изделий в *CAD*³ современных САПР.

К сожалению, существующая нормативная база [1-11], ориентирована на разработку чертёжной документации в виде традиционных плоских *2D*-чертежей, выполненных по правилам начертательной геометрии, основанной Гаспаром Монжем⁴. Более 200 лет она используется в международных и национальных нормативных документах (стандартах) в качестве документации, несущей информацию о геометрии изделий машиностроения, отстала от требований времени, носит умозрительный характер без связи с современными трёхмерными *3D*-методами проектирования геометрии изделий машиностроения в *CAD* современных САПР и их измерения современными координатно-измерительными машинами⁵ (КИМ). Эти правила не позволяют получить точную геометрическую модель реальных недеформируемых изделий, учитывающую возможности проектирования всего состава чертёжной конструкторской и технологической документации с необходимыми видами, сечениями и разрезами в современных САПР по *3D*-моделям геометрии недеформируемых изделий.

Модель геометрии реального *недеформируемого изделия* может быть использована как исходная для определения геометрии *деформируемого изделия*. Для определения напряжений и деформаций деформируемых изделий нужно:

– объём изделия или его части заполнить материалом, имеющим интегральные механические свойства (модуль упругости, параметры, определяющие пластичность и т. п.);

– нагрузить внешними и внутренними сосредоточенными и распределёнными силами, чтобы определить напряжения и деформации с помощью достаточно хорошо разработанных средств *поддержки проектирования*⁶ для проведения инженерного анализа прочности и других технических характеристик деталей и сборок.

Итак, ограничим свой поиск точной геометрической модели реальных изделий только *недеформируемыми изделиями*, реализуемыми *3D*-моделями *CAD* современных САПР.

¹ *Изделие машиностроения* – единица промышленной продукции, количество которой может исчисляться в штуках (экземплярах). К изделиям относят детали, комплекты, сборочные единицы, комплексы (ГОСТ 2.102-68(1995)).

² *Недеформируемое изделие* – изделие, изготовленное из неупругого, абсолютно жёсткого материала.

³ *CAD* – (Computer-Aided Design) термин используется для обозначения широкого спектра компьютерных инструментов, которые помогают инженерам в осуществлении системы автоматизированного проектирования (САПР) геометрии изделий. Включают в себя множество программных и аппаратных средств – от систем двумерного черчения до трехмерного параметрического моделирования поверхностей и объемных тел.

⁴ Монж, (Monge), Гаспар, 1746-1818, – франц. геометр, творец начертательной геометрии. 1780 член парижской академии; участник комиссии установления метрической системы мер и весов. 1792 морской министр, 1798 участвует в египетской экспедиции Бонапарта; основные труды: «Traite de Statique» (1788), «Geometrie descriptive» (1795).

⁵ *Координатно-измерительная машина* – устройство для измерения геометрических характеристик пространственного (*3D*) объекта. Измерения проводятся посредством зонда, прикрепленного к подвижной части машины. Измерительные зонды могут быть механического, оптического, лазерного типа, дневного света, и другими. Машина может управляться вручную оператором или автоматизировано компьютером.

⁶ *Средства поддержки проектирования* – конечно-элементные системы поддержки конструирования *Nastran* и *Ansys*, используемые в инновационной *M³*-концепции «*MultiDisciplinary & MultiScale/MultiStage & MultiTechnology (MultiCAD & MultiCAE)*».

1. Геометрия недеформируемых изделий машиностроения

Адекватное представление о точной геометрии реальных недеформируемых изделий позволяет сформировать *понятийно⁷-аксиоматический* метод познания.

Термины⁸, представляющие идеализированные свойства исследуемых объектов и процессов, формулируют понятия в виде истин, доказанных ранее или не требующих доказательства – *аксиом⁹*.

По строгим правилам логического вывода из них выводятся другие истинные свойства – *теоремы¹⁰*.

Совокупность *умозаключений¹¹* – *теория¹²* отражает объективно существующие отношения и связи между явлениями объективной реальности в совокупности и образует *однозначную детерминированную¹³ математическую модель¹⁴* исследуемого объекта, которую в дальнейшем можно представить *вероятностной или стохастической¹⁵ моделью*.

В последующем изложении вопросов, связанных с геометрией изделий машиностроения, воспользуемся этим методом познания для определения состава всех необходимых понятий, и будем приводить их в сносках, сопровождающих текст.

1.1 Основные понятия, относящиеся к геометрии недеформируемых изделий машиностроения

Объектами машиностроения являются *физические тела¹⁶*, обладающие следующими идеализированными свойствами *недеформируемые* (абсолютно жёсткие) и деформируемые (упругие, пластичные).

Отечественный стандарт [1] устанавливает следующие виды изделий:

⁷ *Понятие* – отображённое в мышлении единство существенных свойств, связей и отношений предметов или явлений; мысль или система мыслей, выделяющая и обобщающая предметы некоторого класса по определённым общим и в совокупности специфическим для них признакам.

⁸ *Термин* (от лат. *terminus* – предел, граница) – слово или словосочетание, являющееся названием некоторого понятия какой-нибудь области науки, техники, искусства и т. п.

⁹ *Аксиома* – утверждения, которые в рамках конкретной теории принимаются истинными без всяких доказательств или обоснований.

¹⁰ *Теорема* (др.-греч. θεωρήμα – «доказательство, вид; взгляд; представление, положение») – утверждение, для которого в рассматриваемой теории существует доказательство (иначе говоря, вывод).

¹¹ *Умозаключение* – умственное действие, связывающее в ряд «посылок» и «следствий» мысли различного содержания.

¹² *Теория* – (греч. θεωρία рассмотрение, исследование) – учение, система идей или принципов. Является совокупностью обобщенных положений, образующих науку или ее раздел.

¹³ *Детерминированный* – обусловленный, предопределенный, задающий характер и направление какого-либо процесса и т. п.

¹⁴ *Математическая модель* – математическое представление реальности. Является частным случаем понятия модели, как системы, исследование которой позволяет получать информацию о некоторой другой системе.

¹⁵ *Стохастический* (от греч. στοχαστικός – «умеющий угадывать») используется во многих терминах из разных областей науки, и в общем означает неопределённость, случайность чего-либо. В данном случае случайный результат некоторой детерминированной неслучайной функции совокупности аргументов при случайных значениях аргументов.

¹⁶ *Физическое тело* – материальный объект, имеющий постоянные: массу, форму, а также соответствующий ему объём; и отделенный от других тел внешней границей раздела. Простое тело (simple or single body) обычно считается однородным, в отличие от составного (complex body), которое считается скреплённой комбинацией простых тел с разными свойствами.

- а) детали¹⁷;
- б) сборочные единицы¹⁸;
- в) комплексы¹⁹;
- г) комплекты²⁰.

Носителем информации о геометрии изделий со времён Монжа более 200 лет был плоский чертёж, выполненный по стандартам инженерной графики.

Инженерная графика формирует методы изображения изделий на плоскости, правила и условности их выполнения в соответствии со стандартами Единой системы конструкторской документации (ЕСКД). Многие стандарты ЕСКД являются международными.

Для каждого изделия разрабатывается комплект конструкторских документов – графические и текстовые документы, которые в отдельности или в совокупности определяют состав и устройство изделия и содержат необходимые данные для его разработки или изготовления, контроля, приемки, эксплуатации и ремонта, а именно:

1. чертёж (эскиз) детали²¹;
2. сборочный чертёж²²;
3. чертёж общего вида²³;
4. теоретический чертёж²⁴;
5. габаритный чертёж²⁵;
6. монтажный чертёж²⁶

¹⁷ *Деталь* – изделие (составная часть изделия), изготовленное из однородного по наименованию и марке материала. Характерный признак детали – отсутствие разъёмных и неразъёмных соединений. Деталь – это первичный сборочный элемент каждой машины.

¹⁸ *Сборочная единица* (узел) – разъёмное и неразъёмное соединение составных частей; характерным признаком узла с технологической точки зрения является возможность его сборки обособленно от других элементов изделия.

¹⁹ *Комплекс* – два или более специфицированных изделия, не соединённые на предприятии-изготовителе сборочными операциями, но предназначенные для выполнения взаимосвязанных эксплуатационных функций, например, оборудование для обработки металлов давлением, завод-автомат, буровая установка и т. п.

²⁰ *Комплект* – два или более изделия, не соединённые на предприятии-изготовителе сборочными операциями и представляющие набор изделий, имеющих общее эксплуатационное назначение вспомогательного характера, например, комплект запасных частей, комплект инструмента и принадлежностей и т. д.

²¹ *Чертеж детали* – конструкторский документ, содержащий изображение детали и другие данные, необходимые для ее изготовления и контроля.

²² *Сборочный чертёж* (СБ) – графический документ, содержащий изображение сборочной единицы и другие данные, необходимые для её сборки (изготовления) и контроля, составляется на стадии разработки рабочей конструкторской документации на основе технического или эскизного проекта.

²³ *Чертёж общего вида* (ВО) – графический документ, определяющий конструкцию изделия, взаимодействия его составных частей и поясняющий принцип работы изделия.

²⁴ *Теоретический чертёж* – документ, определяющий геометрическую форму (обводы) изделий и координаты расположения составных частей.

²⁵ *Габаритный чертёж* – документ, содержащий контурные изображения изделия с габаритными, установочными и присоединительными размерами. Габаритный чертёж выполняется с максимальными упрощениями, но так, чтобы были видны крайние положения перемещающихся, выдвигаемых или откидываемых частей, рычагов, кареток, крышек на петлях и т. п.

²⁶ *Монтажный чертёж* – документ, содержащий контурное (упрощённое) изображение изделия, а также данные, необходимые для его установки (монтажа) на месте применения. К монтажным чертежам также относятся чертежи фундаментов, специально разрабатываемых для установки изделия.

7. электромонтажный чертеж²⁷;
8. упаковочный чертеж²⁸
9. схема²⁹;
10. спецификация³⁰;
11. различные ведомости³¹;
12. пояснительная записка³²;
13. технические условия и другие элементы³³;
14. программа и методика испытаний³⁴;
15. расчёт³⁵;
16. эксплуатационные документы³⁶;
17. ремонтные документы³⁷;
18. инструкция³⁸.

Каждому изделию и его конструкторским документам присваивается самостоятельное обозначение в соответствии с ГОСТ 2.201-68.

При выполнении технических чертежей изображения изделий должны выполняться по методу прямоугольного проецирования, при котором изделие предполагается расположенной между наблюдателем и соответствующей плоскостью проекций. Теоретические основы методов проецирования изделий подробно изложены в курсе начертательной геометрии. За основные плоскости проекций

²⁷ *Электромонтажный чертеж* – документ, содержащий данные, необходимые для выполнения электрического монтажа изделия.

²⁸ *Упаковочный чертеж* – документ, содержащий данные, необходимые для выполнения упаковывания изделия.

²⁹ *Схема* – документ, на котором показаны в виде условных изображений или обозначений составные части изделия и связи между ними.

³⁰ *Спецификация* – конструкторский документ, содержащий перечень материалов и деталей, необходимых для планирования производства и изготовления деталей, входящих в состав сборочной единицы.

³¹ *Различные ведомости* – ведомости спецификаций, ссылочных документов, покупных изделий, разрешения применения покупных изделий, держателей подлинников, технического предложения, эскизного проекта, технического проекта.

³² *Пояснительная записка* – документ, содержащий описание устройства и принципа действия разрабатываемого изделия, а также обоснование принятых при его разработке технических и технико-экономических решений.

³³ *Технические условия* – документ, содержащий требования (совокупность всех показателей, норм, правил и положений) к изделию, его изготовлению, контролю, приемке и поставке, которые целесообразно указывать в других конструкторских документах.

³⁴ *Программа и методика испытаний* – документ, содержащий технические данные, подлежащие проверке при испытании изделий, а также порядок и методы их контроля.

³⁵ *Расчет* – документ, содержащий расчеты параметров и величин, например, расчет размерных цепей, расчет на прочность и др.

³⁶ *Эксплуатационные документы* – документы, предназначенные для использования при эксплуатации, обслуживании и ремонте изделия в процессе эксплуатации.

³⁷ *Ремонтные документы* – документы, содержащие данные для проведения ремонтных работ на специализированных предприятиях.

³⁸ *Инструкция* – документ, содержащий указания и правила, используемые при изготовлении изделия (сборке, регулировке, контроле, приемке и т. п.).

принимают шесть граней куба. Изображение на фронтальной плоскости проекций принимается на чертеже в качестве главного. Изделие располагается относительно фронтальной плоскости проекций так, чтобы изображение на ней давало наиболее полное представление о форме и размерах изделия.

1.2 Автоматизация технологии создания комплектов конструкторских документов

Трудоёмкость создания комплекта технической документации, содержащей графические и текстовые документы в соответствии с правилами ЕСКД, весьма велика и по мере развития машиностроения потребовала разработки и использования большого количества инструментов. Для создания графических документов – чертёжных досок, линеек, шаблонов, готовален, кульманов. Для текстовых – разного рода печатающих устройств.

Техническое обеспечение современных систем автоматизированного проектирования (САПР) включает в себя различные технические средства, используемые для создания и оформления необходимого комплекта графической и текстовой технической документации (конструкторской, технологической, производственно-технической), сопровождающей жизненный цикл изделия:

- вычислительные системы,
- ЭВМ (компьютеры),
- периферийные устройства,
- сетевое оборудование, а также
- оборудование некоторых вспомогательных систем (например, измерительных), поддерживающих проектирование.

Вычислительной системой (в отличие от ЭВМ и вычислительной сети) называют совокупность аппаратных и программных средств, совместно используемых при решении задач и размещаемых компактно на территории, размеры которой соизмеримы с размерами аппаратных средств.

Периферийные устройства компьютеров и вычислительных систем (ВС) делят на устройства ввода, устройства вывода и внешние запоминающие устройства. К устройствам ввода относятся клавиатура, мышь, сканер, дигитайзер. Устройства вывода представлены дисплеями, принтерами, плоттерами (графопостроителями).

В автоматизированных системах пользователи работают на автоматизированных рабочих местах (АРМ), представляющих собой ВС, в которых имеются компьютер с выходом в корпоративную сеть и необходимые периферийные устройства.

На первом этапе развития САПР вся компьютерная графика сводилась к совершенствованию и использованию стремительно развивающихся технических средств переноса геометрических объектов на плоттер, реализующий механизацию изготовления огромного количества плоских 2D чертежей деталей, сборочных единиц со всеми необходимыми графическими поясняющими дополнениями (*видами*³⁹, *разрезами*⁴⁰ и *сечениями*⁴¹), выполняемыми по правилам начертательной геометрии. Для этого было необходимо удерживать в памяти разработчика чертежа 3D (трёхмерное) представление изделия, а изготовление текстовых документов осуществлять на принтерах с использованием текстовых редакторов.

³⁹ *Вид* – изображение обращенной к наблюдателю видимой части поверхности детали. Для уменьшения количества изображений допускается на видах показывать необходимые невидимые части поверхности предмета при помощи штриховых линий.

⁴⁰ *Разрез* – изображение предмета, мысленно рассеченного одной или несколькими плоскостями, при этом мысленное рассечение предмета относится только к данному разрезу и не влечет за собой изменения других изображений того же предмета. На разрезе показывается то, что получается на секущей плоскости и что расположено за ней.

⁴¹ *Сечение* – изображение фигуры, получающейся при мысленном рассечении предмета одной или несколькими плоскостями. На сечении показывается только то, что получается непосредственно в секущей плоскости.

Следующим этапом развития компьютерной графики стало использование 3D CAD модели геометрии деталей и сборочных единиц для построения всех стандартизованных видов, разрезов и сечений, необходимых для представления конструкторских и технологических графических документов. Это существенно повысило производительность труда при создании чертежей деталей и сборочных единиц и освободило нагрузку на память разработчиков технической документации.

В компьютерной графике геометрические параметры формы *геометрических элементов*⁴² формируются в *системе координат проекта*⁴³ [14, 15] контурами основных и вспомогательных *поверхностей*⁴⁴ и зависят от способа их образования: кинематического или каркасного (линейного или точечного) с последующим двумерным интерполированием формы поверхностей [16] средствами CAD при разработке 3D модели.

Изделия машиностроения представляют собой результат *сборки*⁴⁵ совокупности наименьших частей машин – *деталей*.

*Объем*⁴⁶ *тела*⁴⁷ детали отделён от окружающей среды конечным множеством *геометрических элементов*, имеющих разную *величину*⁴⁸, *форму*⁴⁹, *размеры*⁵⁰ и *расположение*⁵¹ в системе координат проекта. Геометрия деталей в машиностроении по действующей нормативной документации [7, 8, 9] описывается достаточно большим числом *геометрических элементов* конструкции детали.

Первичным геометрическим элементом детали конструкции детали является *поверхность*. Все поверхности детали взаимодействуют с окружающей средой.

Поверхности детали могут быть:

- с *кривизной*⁵² (их бесконечно большое количество) и без *кривизны* (это прямая линия и плоскость);
- симметричными с осевой или центральной *симметрией*⁵³ (их меньше) и *несимметричными* (их больше).

⁴² *Геометрический элемент* – обобщённый термин, под которым в зависимости от соответствующих условий может пониматься точка, линия, поверхность, профиль, тело.

⁴³ *Система координат проекта* – система координат, в которой представляют собственные *системы координат номинальных поверхностей*.

⁴⁴ *Поверхность* – традиционное название для двумерного многообразия в пространстве, определяемое в собственной системе координат. Поверхность имеет площадь, но не имеет толщины.

⁴⁵ *Сборка* – образование соединений составных частей изделия.

⁴⁶ *Объём* – количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Объём тела или вместимость сосуда определяется его формой и линейными размерами.

⁴⁷ *Тело* – часть пространства, ограниченная замкнутой совокупностью поверхностей.

⁴⁸ *Величина* – одно из основных математических понятий, устанавливающее отношение неравенства: две величины a и b одного и того же рода или совпадают ($a=b$), или первая меньше второй ($a < b$), или вторая меньше первой ($b < a$).

⁴⁹ *Форма* – (лат. *forma* – форма, внешний вид): внешнее очертание, наружный вид, контуры геометрического элемента.

⁵⁰ *Размер* – числовое значение линейных величин (диаметра, длины, угла и т.п. геометрических параметров) в выбранных единицах измерения.

⁵¹ *Расположение* – в стандартах не определено. О расположении геометрического элемента в некоторой системе координат можно судить по расположению его собственной системы координат.

⁵² *Кривизна* – величина, характеризующая отклонение кривой (поверхности) в окрестности данной ее точки от касательной прямой (касательной плоскости).

⁵³ *Симметрия* (в широком смысле) – свойство геометрического элемента, характеризующее некоторую правильность формы, неизменность её при действии движений и отражений. Простейшими видами пространственной симметрии, помимо симметрии, порожденной отражениями, являются центральная симметрия, осевая симметрия и симметрия переноса

- замкнутыми⁵⁴, незамкнутыми⁵⁵ и произвольной формы;
- объемлемыми⁵⁶ и объемлющими⁵⁷.

подавляющее большинство *основных поверхностей* деталей машин с кривизной либо несимметричные поверхности с двойной кривизной (например, двух или трёхосный эллипсоид), либо симметричные с одинарной кривизной (например, цилиндр, конус, сфера). Поверхность без кривизны единственная – плоскость.

Поверхности разного *профиля*⁵⁸ пересекаются или сопрягаются по *рёбрам*⁵⁹ или *линиям*⁶⁰ *сопряжения*⁶¹. В основе геометрии линий лежат два понятия: *сегмент*⁶² и *узел*⁶³. Поверхности и их расположение в *системе координат*^{детали}⁶⁴ ограничивают *объем* деталей. В местах пересечения более чем двух поверхностей, а также двух линий пересечения или сопряжения между ними образуются *точки*⁶⁵ пересечения. В зависимости от участия в формировании назначения в конструкции изделия их целесообразно разделить на *основные и вспомогательные*.

По соприкасающимся *основным поверхностям* деталей осуществляется сопряжение и сборка деталей друг с другом. *Вспомогательные поверхности* деталей являются результатом сопряжения по линиям сопряжения или пересечения по *рёбрам основных поверхностей* и последующего формирования на *рёбрах фасок*⁶⁶ или скруглений⁶⁷.

2. Чертёж детали

Чертеж детали – конструкторский документ, содержащий изображение детали и другие данные, необходимые для ее изготовления и контроля. Все изображения на чертеже детали в зависимости от их содержания разделяются на *виды, разрезы и сечения*.

⁵⁴ В замкнутой линии узлов столько же, сколько сегментов.

⁵⁵ В незамкнутой линии – на один узел больше.

⁵⁶ *Объемлемый* – обнимаемый, охватываемый, заключающийся в чем-нибудь.

⁵⁷ *Объемлющий* – обнимающий, включающий в себя.

⁵⁸ *Профиль поверхности* – линия пересечения поверхности плоскостью.

⁵⁹ *Ребро* – любой отрезок, являющийся стороной какого-либо многогранника или пересечения поверхностей.

⁶⁰ *Линия* – геометрическое понятие, определяемое в разных разделах геометрии различно. В элементарной геометрии понятие кривой не получает отчётливой формулировки и иногда определяется как «длина без ширины» или как «граница фигуры».

⁶¹ *Линия сопряжения* – места плавного перехода одной поверхности в другую.

⁶² *Сегмент*, или отрезок – множество точек линии, включающее концы.

⁶³ *Узел* – точка на плоскости изображения линии, фиксирующая положение одного из концов сегмента.

⁶⁴ *Система координат* – комплекс определений, позволяющих определять положение точки, линии или поверхности тела в пространстве с помощью чисел или других символов.

⁶⁵ *Точка* – одно из фундаментальных понятий геометрии. В Евклидовой геометрии «точка» не имеет определения. Есть, правда, шутовское определение, данное учителями математики дореволюционных гимназий: *точка есть то, часть чего есть ничего*. Тем не менее, понятие *точка* является родительницей понятий *линия* и *поверхность*. Точка присутствует во всех измерениях пространств и во всех системах координат.

⁶⁶ *Фаска* – поверхность, образованная скосом кромки ребра пересечения поверхностей. Используется в технологических, технических, а также в декоративных и эргономических целях.

⁶⁷ *Скругление углов объекта* – команда в САД системах, позволяющая построить скругление определённого радиуса на углах контура, ломаной многоугольника или линии пересечения поверхностей.

Помимо рассмотренных выше способов изображения деталей на чертежах, пользуются также *аксонометрическими проекциями*⁶⁸, которые представляют собой изображение, полученное путем проецирования параллельными лучами предмета на произвольно расположенную картинную плоскость. В машиностроении в основном применяют ортогональные аксонометрии: изометрическую (она является единственно возможной) и диметрическую. Строгие требования, предъявляемые к рабочим чертежам, дают возможность быстрого чтения чертежа, высокого качества изготовленных по ним деталей.

2.1 Номинальная геометрия детали

Замысел геометрии деталей, как и всякого другого элемента конструкции изделия, рождается в *номинальной геометрии*⁶⁹ основных поверхностей [13], заданных в *собственных системах координат*⁷⁰ и представляемых в *системе координат проекта*⁷¹. Геометрию замысла называют *номинальной геометрией детали*⁷².

На чертежах деталей, подлежащих изготовлению по разработанному чертежу проекта, указывают *шероховатость поверхностей*⁷³, *допуски*⁷⁴ и *посадки*⁷⁵ отклонения *характерных размеров*⁷⁶ геометрической формы поверхностей партий деталей, обеспечивающие *собираемость*⁷⁷, *работоспособность*⁷⁸ и *взаимозаменяемость*⁷⁹ с другими деталями изделия [27].

⁶⁸ *Аксонометрическая проекция* – проекция геометрической фигуры на одну плоскость вместе с осями прямоугольных координат, к которым эта фигура отнесена в пространстве, параллельным (прямоугольным или косоугольным) способом проецируют на выбранную плоскость проекций. Направление проецирования выбирают так, чтобы оно не совпадало ни с одной из координатных осей.

⁶⁹ *Номинальная геометрия* – обобщённый термин, под которым в зависимости от соответствующих условий понимается *номинальные форма и размеры геометрических элементов*, имеющие *номинальное расположение в системе координат проекта* без отклонений формы и расположения, обусловленных средствами технологического оснащения и технологией изготовления.

⁷⁰ *Собственная система координат* – система координат, в которой однозначно определены координаты точек геометрического элемента.

⁷¹ *Системе координат проекта* – система координат, в которой представляют собственные *системы координат номинальных* геометрических элементов.

⁷² *Номинальная геометрия детали* – обобщённый термин, под которым в зависимости от соответствующих условий понимается *номинальные форма и размеры геометрических элементов*, имеющие *номинальное расположение в системе координат проекта* без отклонений формы и расположения, обусловленных применявшимися при изготовлении технологией и средствами технологического оснащения.

⁷³ *Шероховатость поверхности* – совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами на базовой длине. Измеряется в микрометрах (мкм).

⁷⁴ *Допуск* – разность между наибольшим и наименьшим предельными значениями параметров (размеров, массовой доли, массы), задаётся на геометрические размеры партии деталей, механические, физические и химические свойства. Любое значение параметра, оказывающееся в заданном интервале, является допустимым.

⁷⁵ *Посадка* – характер сопряжения двух деталей, определяющий большую или меньшую свободу их относительного перемещения, или степень сопротивления их взаимному смещению.

⁷⁶ *Характерный размер* – обобщённый термин, под которым в зависимости от соответствующих условий может пониматься любой из размеров геометрического элемента, характеризующий его форму, например, диаметр для цилиндрической и сферической поверхностей или длину.

⁷⁷ *Собираемость* – комплекс конструктивных, технологических и производственных мероприятий, обеспечивающий сборку деталей машин без излишних (нетехнологических) пригоночных работ с наиболее рациональной организацией процесса сборки.

⁷⁸ *Работоспособность* – состояние объекта или субъекта, при котором оно способно выполнять заданную функцию с параметрами, установленными требованиями технической документации.

Все отклонения формы и расположения реальных поверхностей относительно характерных размеров номинальной геометрии деталей невелики, но определяют эксплуатационные характеристики собранных из них изделий.

Чертеж детали кроме указанных характерных размеров поверхностей может содержать еще некоторые требования, например, к способу испытания изготовленной детали, к ее транспортировке и хранению. На рабочих чертежах не допускается помещать технологические указания (кроме случаев совместной обработки, развальцовки, притирки и пр.), так как при передаче чертежей с одного предприятия на другое затрудняется их использование.

2.2 Реальная геометрия детали

Реальную геометрию⁸⁰ поверхностей детали получают после изготовления из заготовок⁸¹ по выбранному технологическому процессу⁸² с помощью выбранных средств технологического оснащения (СТО): инструментов⁸³, технологической оснастки⁸⁴, приспособлений⁸⁵ на выбранном технологическом оборудовании⁸⁶ и измеряют выбранными средствами измерения⁸⁷.

3. Метрология деталей машиностроения

Чем измерять реальную геометрию?

Характерные размеры поверхностей деталей традиционно измеряют простейшими инструментами, оценивают по весьма приблизительным рекомендациям [12] и определяют в соответствии с несовершенными установленными правилами [7, 8, 9]. Метрология, связанная с несовершенством «двухточечных» средств измерения, основана на весьма трудоёмком измерении расстояний (координат) до характерных точек поверхности и углов между направлениями к ним (рис. 1).

⁷⁹ *Взаимозаменяемость* — свойство элементов конструкции, изготовленных с определённой точностью геометрических, механических, электрических и иных параметров, обеспечивать заданные эксплуатационные показатели вне зависимости от времени и места изготовления при сборке, ремонте и замене этих элементов.

⁸⁰ *Реальная геометрия детали* – совокупность поверхностей, ограничивающая реальную деталь и отделяющая ее от окружающей среды.

⁸¹ *Заготовка* – не вполне готовое изделие или его часть, полупродукт, обрабатываемые окончательно в процессе производства.

⁸² *Технологический процесс* – последовательность действий на исходное состояние материала (заготовку) и режимы их выполнения.

⁸³ *Инструмент* – технологическая оснастка, предназначенная для воздействия на предмет труда с целью изменения его состояния.

⁸⁴ *Технологическая оснастка* – средства технологического оснащения, дополняющие технологическое оборудование для выполнения определенной части технологического процесса.

⁸⁵ *Приспособление* – технологическая оснастка, предназначенная для установки или направления предмета труда или инструмента при выполнении технологического процесса.

⁸⁶ *Технологическое оборудование* – средства технологического оснащения, в которых для выполнения определенной части технологического процесса размещают материалы или заготовки, средства воздействия на них, а также технологическую оснастку.

⁸⁷ *Средство измерения* – технологическая оснастка, предназначенная для измерения состояния геометрии и физических свойств детали.

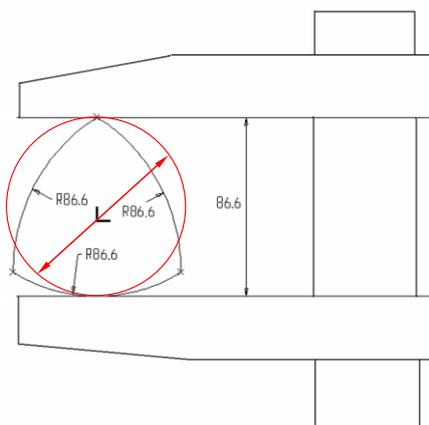
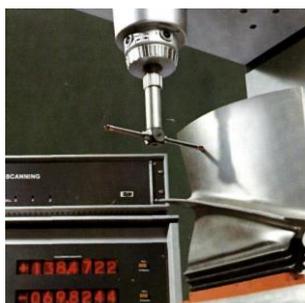


Рис. 1. Проблема измерения диаметра детали выбранным универсальным двухточечным средством измерения

Опираясь на результаты двухточечных измерений однозначно определить значения характерных размеров детали и отличие их от тех, что были в системе координат проекта, не представляется возможным. Проблема состоит в том, что измерение проводится по точкам касания измерительного инструмента, а суждение о форме измеряемого объекта обеспечивается разработанной методикой выполнения измерений [12], принимающей определенную *физическую модель объекта измерений*. Физическая модель должна достаточно близко совпадать с реальным объектом измерения. В качестве измеряемой величины следует выбрать такой параметр модели, который наиболее близко соответствует данной цели измерения. Значение параметра модели, т. е. значение измеряемой величины, может выражаться числом, функцией или функционалом. В результате после измерения двух объектов (круглого и некруглого) выбранным средством измерения можно утверждать, что по результатам измерения они одинаковы. Определить геометрические параметры отклонений формы и расположения реальных поверхностей по двухточечным измерениям невозможно.

Наиболее полную и достоверную информацию о реальной геометрии детали можно получить с помощью 3D *координатно-измерительных машин* (КИМ). Эти машины позволяют определить массивы координат точек, принадлежащих реальным поверхностям детали в *системе координат системы измерения*⁸⁸ либо «ощупыванием» и координированием реальных поверхностей деталей, либо определением координат точек тех же поверхностей лазерным интерферометром по времени пролёта луча света от источника излучения до контролируемой поверхности и обратно (рис. 2).



а



б

Рис. 2. Координатно-измерительные машины (КИМ): а – контактные; б – бесконтактные

Что делать с этим информационным богатством? Куда направить знания и силы, чтобы использовать полученную информацию для определения отличия того, что получилось от того что хотелось по разработанной технологии на выбранном оборудовании и применёнными СТО по массивам облаков координат точек поверхностей?

Существуют два варианта использования полученных данных: для *обратного* и *прямого инжиниринга*.

⁸⁸ Система координат системы измерения – система координат, в которой представлены измеренные координаты точек реальной геометрии элемента.

Обратный инжиниринг [13] применяется для восстановления геометрии детали, когда неизвестна информация о исходной 3D-модели геометрии детали. В результате обработки данных сканирования создаётся параметризованная модель, передаётся в САМ⁸⁹ используемого САПР и далее на станок с ЧПУ. Полученная деталь будет только похожей на настоящую. Она не может обеспечить необходимой собираемости и *взаимозаменяемости* с другими деталями изделия.

Прямой инжиниринг заключается в непрерывном отслеживании состояния геометрии изделия в процессе её изменения при переходе от исходного состояния – заготовки, к завершённому состоянию – детали перед передачей на последующие этапы жизненного цикла изделия: сборку с другими деталями, функционированию в соответствии со служебным назначением и износом в процессе эксплуатации вплоть до утилизации. Появляется возможность ответить на главный вопрос: чем отличается реальная геометрия детали от номинальной геометрии, представленной в системе координат проекта?

По сложившейся терминологии в машиностроении для каждого реального геометрического элемента необходимо определить отклонения *формы* и *расположения реального геометрического элемента* по отношению к *одноимённому номинальному элементу* в системе координат базы, общей для двух систем координат *проекта* и *системы измерений* [7, 9].

Если дополнить существующую систему правил отображения реальной геометрии широким использованием возможностей и средств современной математики, 3D метрологии и компьютерной графики, то можно перейти к адекватному решению следующих задач.

В области практической метрологии геометрических параметров технических изделий после обработки данных измерений, полученных с помощью КИМ, появится возможность определения всего состава геометрических параметров отклонения формы и расположения реальных геометрических элементов недеформируемых деталей на всех стадиях и этапах жизненного цикла.

В области поэтапного проектирования геометрии технических изделий создание нового поколения CAD САПР, обеспечивающего в отличие от существующих систем:

- моделирование геометрии недеформируемых деталей, ограниченных реальными поверхностями;
- моделирование сопряжения реальных поверхностей деталей;
- моделирование допусков на геометрические параметры изделий, обеспечивающих собираемость, взаимозаменяемость и работоспособность продукции при оптимальных затратах основных ресурсов (времени, трудоемкости и стоимости).

Появится, наконец, возможность перейти от гадания (угадывания) величины допусков на отклонения формы и расположения поверхностей деталей при проектировании облика изделия к неограниченному и всестороннему моделированию реальной геометрии элементов конструкции в зависимости от технологии и СТО их формирования.

3.1 Постановка задач описания реальной геометрии поверхностей детали

*Математическая модель*⁹⁰ определения отличия отклонений величины, расположения и формы реального элемента в системе координат системы измерения от номинальной геометрии геометрических элементов, представленных в системе координат проекта, зависит от выбора *отсчётного геометрического элемента*⁹¹ (линии, поверхности, системы координат).

⁸⁹ САМ – (Computer-Aided Manufacturing) термин используется для обозначения программного обеспечения, основной целью которого является создание программ для управления станками с ЧПУ.

⁹⁰ *Математическая модель* – это математическое представление реальности. Является частным случаем понятия модели, как системы, исследование которой позволяет получать информацию о некоторой другой системе.

⁹¹ *Отсчётный геометрический элемент* – элемент, служащий для оценки отклонений точек реального геометрического элемента по нормали к номинальному или положения системы координат реального элемента по отношению к системе координат номинального.

Поскольку поверхность является первичным элементом конструкции детали, отсчётным элементом для определения **отклонения формы** геометрического элемента является *форма номинальной поверхности*, а для определения **отклонения расположения** – *номинальное расположение собственной системы координат номинальной поверхности в системе координат проекта*.

Реальная геометрия детали отличается от номинальной геометрии представленной в системе координат проекта *отклонением*⁹² геометрических параметров формы и расположения номинальных поверхностей детали. Рассматривать всю деталь как целое и сравнивать геометрию реальной детали с номинальной геометрией детали можно, но неэффективно. Переход от рассмотрения геометрии детали в целом к реальным поверхностям, ограничивающим объем детали, сулит большие перспективы при решении задач оптимизации границ допусков на традиционные отклонения параметров формы и расположения поверхностей в конструкторской и технологической документации.

Таким образом, перед нами стоят следующие задачи:

1. Определить геометрические параметры реальной геометрии поверхностей детали.
2. Определить величины допусков на характерные размеры геометрических параметров поверхностей партий сопрягаемых деталей входящих в сборочную единицу, обеспечивающие собираемость, работоспособность и взаимозаменяемость.

Для недеформируемых деталей важны и первая и вторая задачи.

Первая задача определяет состав геометрических параметров поверхностей детали и их численные значения.

Вторая задача может быть адекватно решена для определения величины допусков, обеспечивающих собираемость деталей, входящих в сборочную единицу при наложенных ограничениях на выходные геометрические параметры сборочной единицы.

Начнём с решения первой задачи.

4. Геометрические параметры реальной геометрии поверхностей детали

В соответствии с утратившим силу с 10. 10. 2014 г. стандартом [7] отличие реальной геометрии от номинальной заключается в **отклонении формы и расположения** геометрических элементов детали от их номинальных значений.

Математическая модель определения отличия отклонений, формы и расположения реальных поверхностей, представленная **в системе координат системы измерения**, от номинальной геометрии поверхностей, представленных **в системе координат проекта**, зависит от выбора *базового отсчётного геометрического элемента*⁹³ (линии или поверхности).

Базовыми отсчётными элементами для определения отклонений формы и расположения реального геометрического элемента являются форма и расположение номинального геометрического элемента (поверхности, линии) **в системе координат проекта**.

Для оценки отклонений характерных размеров геометрических элементов реальных объектов, измеренных **в системе координат системы измерения**, от характерных размеров геометрических элементов определить:

– границы формы геометрических элементов реальных объектов в системе координат системы измерения, позволяющих определить, как *характерные размеры* реальных элементов, так и отклонения геометрических параметров формы и размеров реальных элементов от номинальных;

⁹² *Отклонение* – алгебраическая разность между размером (действительным или предельным размером) и соответствующим номинальным размером.

⁹³ *Отсчётный геометрический элемент* – геометрический элемент, от которого производится отсчёт отклонений.

– параметры расположения собственных систем координат геометрических элементов реальных объектов в системе координат системы измерения.

Отличие геометрических параметров формы и расположения реальной геометрии геометрических элементов, представленных в системе координат системы измерения от номинальной формы и номинального расположения геометрических элементов детали, представленных в системе координат проекта, будем искать, *сохраняя форму реальных и номинальных геометрических элементов*.

4. 1 Анализ современного состояния оценки геометрии реального изделия

Стандарт [7] вступая в противоречие с определением отклонения формы элемента как *отклонения формы реального элемента от формы номинального геометрического элемента*, без убедительного доказательства утверждает, что для оценки отклонений формы профиля быть принят *только прилегающий элемент*⁹⁴, а отклонения формы определяются по нормали к прилегающему элементу.

Посмотрим, как это может быть реализовано на практике.

Начнём с прилегающего элемента для плоских линий и профилей замкнутых, незамкнутых и произвольной формы.

1. В стандарте [7] для реальных плоских линий, «похожих на прямую» в качестве отсчётной линии профиля используется *прилегающая прямая*⁹⁵ (рис. 3, а)

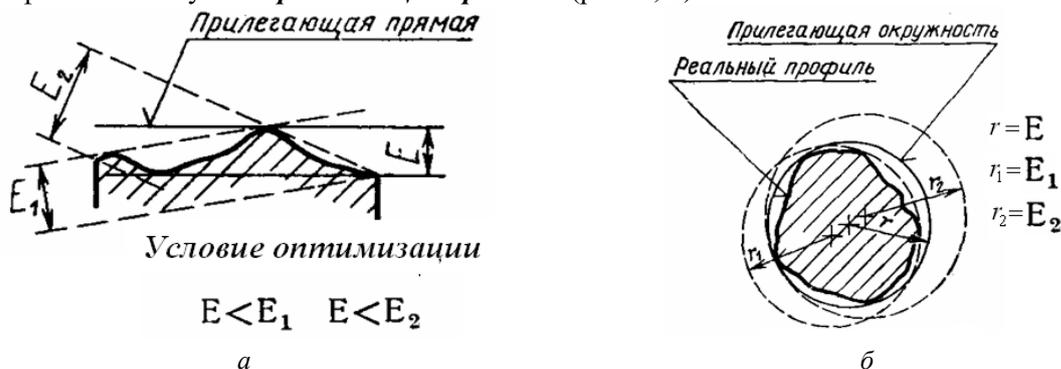


Рис. 3. Прилегающие элементы: а – элемент без кривизны; б – замкнутый элемент с постоянной кривизной

Прилегающая прямая может быть материализована *лекальной линейкой*⁹⁶. Реализовать этим инструментом поиск положения линейки на профиле сечения не всегда возможно, поскольку возникают проблемы, связанные с определением как расстояния от реального профиля до приложенной лекальной линейки, так и положения прилегающей прямой, при котором будет достигнут минимум максимального расстояния точек реального профиля до прилегающей прямой, реализуя оптимизацию по критерию $E_{max} \rightarrow \min$.

⁹⁴ *Прилегающий элемент* – профиль, поверхность, имеющие форму номинальных элементов с кривизной и без, соприкасающихся с реальными элементами и расположенные *вне материала* детали так, чтобы максимальное отклонение E_{max} *прилегающих элементов* от наиболее удаленной точки реальных элементов имело минимальное значение.

⁹⁵ *Прилегающая прямая* – прямая, соприкасающаяся с реальным профилем и расположенная *вне материала* детали так, чтобы отклонение от нее наиболее удаленной точки реального профиля в пределах нормируемого участка E имело минимальное значение. В качестве критерия, обеспечивающего определение положения (привязку) прилегающей прямой к профилю реального сечения, можно использовать минимум функции $E_{max} \rightarrow \min$ при условии касания с внешней по отношению к реальному профилю стороны (снаружи) при непересечении реального профиля прилегающей прямой.

⁹⁶ *Линейки поверочные лекальные, с двусторонним скосом (тип ЛД)* – линейки ЛД применяются при проверке плоских поверхностей по методу световой щели (на просвет, который определяется на глаз, либо сравнивается с образцом).

Такое положение в соответствии со стандартом [7] может быть найдено *однозначно* только в том случае, когда отсчётный профиль *прилегающей прямой* в пределах нормируемого участка опирается на одну точку реального профиля.

А как быть со случаями, когда *прилегающая прямая* коснется в нескольких местах двух разных вершин реального профиля в пределах нормируемого участка и в части из них максимальное значение E минимально? Однозначен ли такой вариант? Как быть в таком случае при приемке продукции при неоднозначности результатов измерений?

Для решения этой задачи не определены:

- система координат, в которой представлены точки линии, «похожей» на прямую;
- алгоритм определения расстояния до прилегающей прямой;
- алгоритм поиска минимума максимального расстояния $E_{max} \rightarrow min$, определяющий положение прилегающей прямой в системе координат измеренных значений точек профиля.

2. Пусть замкнутый плоский профиль имеет *постоянную кривизну*.

Таким прилегающим профилем, рассмотренным в стандарте [7], для реальных линий, «похожих на окружность» была *прилегающая окружность*⁹⁷.

А как практически определить диаметр и положение центра прилегающей окружности? Материальный носитель формы непрерывно изменяющегося размера прилегающей окружности нереализуем. Единственный выход – попытаться вычислить искомые минимальный диаметр и положение центра окружности.

Для этого, как и в предыдущем случае, необходимы:

- система координат, в которой заданы координаты точек реального профиля сечения, полученные измерением;
- алгоритм, с помощью которого можно найти положение центра и диаметр *прилегающей окружности*, касающейся реального профиля сечения снаружи или изнутри в системе координат измеренных значений точек профиля.

В качестве критерия, обеспечивающего определение положения *прилегающей окружности* к профилю реального сечения, можно использовать минимум расстояния точек реального замкнутого контура до точек прилегающей окружности. Условие оптимизации $E \rightarrow min$ при касании с внешней или внутренней сторон по отношению к реальному профилю при непересечении реального профиля профилем прилегающей окружности (рис. 3, б).

Из определения *прилегающей окружности* следует, что она должна касаться трех вершин реального профиля снаружи (для *объемлемой* детали) или изнутри (для *объемлющей*). Возможно несколько прилегающих контуров с разной величиной диаметров и положений их центров в системе координат плоского контура. Таких окружностей великое множество. В стандарте [7] (п. 1.15) отмечается, что в тех случаях, когда расположение прилегающей окружности относительно реального профиля неоднозначно, оно принимается по условию минимального значения отклонения $E_{max} \rightarrow min$.

Среди множества окружностей, касающихся реального контура, есть подмножество окружностей, имеющих равные и наименьшие диаметры, обусловленные погрешностями вычисления и определения координат точек реального профиля сечения. Положение центров этих окружностей не совпадает. Какую из них выбрать? Возникает неопределенность. Решение в этом случае также *неоднозначно*.

Следует, однако, отметить, что *прилегающий* элемент (окружность) не есть *номинальный*. Он только имеет форму номинального геометрического элемента. В примечании к п. 1.13 стандарта [7] отмечается, что условие минимального значения отклонения не распространяется на прилегающую окружность. А каким тогда формальным условием пользоваться в этом случае?

⁹⁷ *Прилегающая окружность* – окружность минимального диаметра, описанная вокруг реального профиля сечения наружной поверхности вращения, или окружность максимального диаметра, вписанная в реальный профиль внутренней поверхности вращения.

Для решения этой задачи не определены ни системы координат, ни алгоритм определения расстояния, ни алгоритм поиска минимума максимального расстояния, определяющий положение прилегающей прямой в системе координат измеренных значений точек профиля.

3. По аналогии с прилегающей окружностью прилегающим профилем называют плоский профиль, имеющий форму номинального профиля с *непостоянной кривизной*, соприкасающийся с реальным профилем и расположенным вне материала детали так, чтобы отклонение от него наиболее удаленной точки реального профиля в пределах нормируемого участка имело минимальное значение.

Прилегающий профиль может быть материализован лекалами – реальными кривыми измерительных инструментов, выполненных с высокой точностью и устанавливаемых на реальных профилях сечений. Это дорогой инструмент, изготавливаемый как калибр. Однако реализовать этим инструментом алгоритм поиска положения лекала на контуре сечения не всегда возможно, поскольку возникают проблемы, связанные с определением расстояния от реального контура до приложенного лекала. Иногда вместо номинального профиля используется профиль, эквидистантный⁹⁸ номинальному профилю [17, 18]. Это несколько облегчает определение отклонения координат точек реальной поверхности, но не делает его легче.

Остаётся проблема выбора положения лекала по отношению к реальному профилю. Можно коснуться реального профиля с любой стороны, повернув лекало по отношению к реальному профилю сечения. Те же проблемы неоднозначности положения прилегающего профиля к реальному профилю преследуют и прилегающие профили любой формы.

Если нет возможности с помощью манипулирования номинальным лекалом точно определить с его помощью его положение относительно реального профиля, попробуем вычислить положение прилегающего профиля относительно реального профиля без лекала.

Для этого необходимы:

– система координат системы измерения, в которой заданы координаты точек номинального профиля, полученные измерением;

– система координат, в которой задан номинальный профиль;

– представление набором точек (дискретизация) непрерывной функции реального профиля сечения по теореме Котельникова [19] с частотой дискретизации, соответствующей обоснованной и выбранной верхней частоте гармоники спектра формы функции реальной плоской кривой, обеспечивающей необходимую точность;

– алгоритм, с помощью которого можно найти положение номинальной системы координат прилегающего профиля в системе координат системы измерения измеренных значений точек реального профиля.

Отсюда следует, что в отклонение формы профиля может быть включена шероховатость⁹⁹ [10] и волнистость¹⁰⁰ в зависимости от частоты определяемых гармоник. Выделение шероховатости в отдельную группу отклонений формы весьма условно и является предметом соглашения, обусловленным способом и средствами измерения. В дальнейшем для общности их разделять не следует.

Отменённый отечественный стандарт [7] не ограничился только плоскими линиями и профилями. Он рассматривал следующие пространственные объекты: отклонение от прямолинейности кривой (оси), отклонение от плоскостности, круглости, цилиндричности, отклонение профиля продоль-

⁹⁸ *Эквидистанта* (лат. *aequidistans* – равноудалённый) для данной плоской кривой L – это множество концов равных отрезков, отложенных в определённом направлении на нормалях к L . В геометрии Лобачевского эквидистантой или гиперциклом, называется геометрическое место точек, удалённых от данной прямой на данное расстояние (в Евклидовой геометрии эквидистанта прямой есть прямая).

⁹⁹ *Шероховатость поверхности* – совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами на базовой длине. Измеряется в микрометрах (мкм).

¹⁰⁰ *Волнистость поверхности* – совокупность периодически повторяющихся неровностей, у которых расстояние между соседними вершинами или впадинами превышает базовую длину l для имеющейся шероховатости поверхности. Волнистость измеряется на длине LW по профилограмме контролируемой поверхности.

ного сечения цилиндрической поверхности. Из незамкнутых геометрических элементов рассмотрены только прямая и плоскость.

В международных стандартах *ISO 14660-1:1999*, *ISO 14660-2:1999* и *ISO 1101 2012*, положенных с 2012 г. в основу усовершенствованных отечественных стандартов [8, 9], предлагают новую терминологию, относящуюся к геометрии детали.

Термины *геометрический элемент*, *номинальный* и *реальный геометрический элемент* с некоторыми дополнениями, не изменяющими сущность, не изменились.

Вводятся понятия *производные* и *выявленные геометрические элементы*. Для производных номинальных геометрических элементов это центр, ось или плоскость симметрии, для производных реальных геометрических элементов это средняя точка, средняя линия или средняя поверхность. *Выявленные геометрические элементы* представляют приближенное представление реального полного геометрического элемента, которое получают *без указания способа измерения* с помощью регистрации конечного (ограниченного) числа реального полного геометрического элемента при соблюдении согласованных условий.

Термины, установленные стандартами [8, 9] для геометрических элементов, предназначены как для каждой из перечисленных областей в отдельности применения:

- технических требований, когда конструктор рассматривает отдельные части будущей детали;
 - физической материализации детали;
 - контроля, когда используются части данной детали,
- так и для уяснения взаимосвязи между этими областями.

Условия «по умолчанию» для определения частных видов выявленных производных элементов и местных размеров связаны с тем, что выявленные элементы не имеют правильной геометрической формы и по сравнению с соответствующими номинальными элементами нуждаются в дополнительных, более детализированных определениях для однозначного и правильного понимания. Одно и то же определение выявленного элемента следует использовать для всех стандартов, где рассматриваются элементы и их характеристики.

Условия «по умолчанию» для определений выявленных производных элементов ограничены выявленной средней линией цилиндра, для которой (если не предписано иное) выполняются следующие условия:

- присоединенные окружности являются полными окружностями наименьших квадратов отклонений;
- присоединенный цилиндр является полным цилиндром наименьших квадратов отклонений;
- присоединенный конус является полным конусом наименьших квадратов отклонений;
- обе присоединенные параллельные плоскости построены по методу наименьших квадратов отклонений.

Об отклонении формы реальных плоских геометрических элементов от идеальной геометрической формы судят по *полю допуска, внутри которого может находиться реальный плоский геометрический элемент*¹⁰¹.

Поле допуска ограничивается минимальной величиной зазора h между *отсчётными прилегающими элементами* (прямой линии и окружности), имеющими идеальную форму номинальных геометрических элементов, и расположенных параллельно по обе стороны от реальных геометрических

¹⁰¹ *Поле допуска, внутри которого может находиться реальный плоский геометрический элемент* – область на плоскости, ограниченная одной или несколькими идеальными линиями или поверхностями и характеризуемая линейным размером, называемым допуском, внутри которого может находиться реальный плоский геометрический элемент. Например, минимальной величиной зазора h между *отсчётными прилегающими элементами* (прямой линии и окружности), имеющими форму номинальных, и расположенных параллельно по обе стороны от реальных геометрических элементов, «похожих на номинальные» без кривизны и с постоянной кривизной, (например, на прямую линию и окружность).

элементов, «похожих на номинальные» без кривизны и с постоянной кривизной, (например, на прямую линию и окружность), (рис. 4).

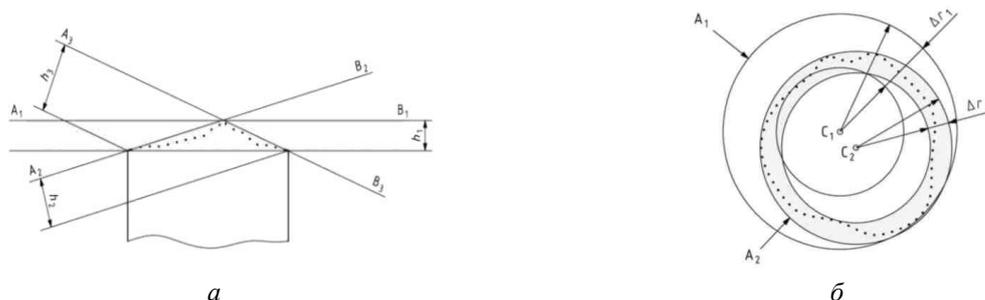


Рис. 4. Формирование полей допусков: а – для линии, «похожей» на прямую; б – для линии, «похожей» на окружность

Отклонение от прямолинейности отдельного (плоского) элемента, для которого устанавливается *поле допуска* (допуск), определено корректно, если реальный элемент располагается между двумя прямыми (параллельными) линиями, расстояние между которыми равно или меньше значения установленного допуска. Это поле допуска лишь подтверждает предельную величину отличия реальной геометрии линии от идеальной номинальной прямой без учёта её направления на плоскости. Никакого отношения оно не имеет к полю допуска, определяющему разность между наибольшим и наименьшим предельными значениями характерных размеров деталей из партий сопрягаемых деталей, обеспечивающих собираемость, работоспособность и взаимозаменяемость.

Ориентация параллельных прямых линий, ограничивающих поле допуска, должна выбираться так, чтобы максимальное расстояние между ними равнялось возможному наименьшему значению (рис. 4, а).

Возможные ориентации прямых линий: A_1-B_1 A_2-B_2 A_3-B_3 .

Правильной ориентацией прямых линий является ориентация A_1-B_1 . Расстояние h_1 должно быть не более установленного допуска.

Как это реализовать на практике?

Если не прямая реальная линия выпуклая или вогнутая, соединяем её два конца первой прямой и проводим другую линию, параллельную первой, через точку наиболее удалённую от первой линии. Если расстояние между параллельными прямыми больше поля допуска, то не прямая линия не соответствует требованиям.

А что будет, когда не прямая линия относительно прямой, соединяющей концы не прямой линии, имеет выступы по одну и другую стороны от прямой, соединяющей концы не прямой линии? Как провести границы коридора, внутри которых будет находиться не прямая линия для сравнения с полем допуска? О таком случае ни слова, ни упоминания в [9].

Круглость¹⁰² отдельного плоского геометрического элемента (*круга определённого радиуса*), для которого устанавливается допуск, определена корректно, если элемент располагается *между двумя концентрическими окружностями*, разность радиусов которых не более значения установленного допуска. Это поле допуска лишь подтверждает предельную величину отличия реальной геометрии линии от идеального номинального круга без учёта его положения на плоскости. Никакого отношения оно не имеет к полю допуска, определяющему разность между наибольшим и наименьшим предельными значениями характерных размеров деталей из партий сопрягаемых деталей, обеспечивающих собираемость, работоспособность и взаимозаменяемость. Положение центров этих окружностей и значения их радиусов должны выбираться так, чтобы разность радиусов двух концентрических окружностей равнялась возможному наименьшему значению.

Возможные месторасположения центров двух концентрических окружностей и минимальная разность их радиусов: центр (C_1) окружностей A_1 определяет месторасположение двух концентриче-

¹⁰² Круглость – термин, переведённый с английского оригинала, обозначающий в отечественном стандарте отклонение от круглости.

ских окружностей с разностью радиусов Δr_1 ; центр (C_2) окружностей A_2 определяет местоположение двух концентрических окружностей с разностью радиусов Δr_2 .

Правильным месторасположением двух концентрических окружностей является месторасположение, обозначаемое как A_2 . Тогда разность радиусов Δr_2 должна быть не более установленного допуска.

А где этот алгоритм определения месторасположения центров двух концентрических окружностей, обеспечивающий и минимальную разность их радиусов в международном и отечественном стандартах? Ведь это международный нормативный документ, не допускающий не нормативной отсечки.

Международный и отечественный стандарты [8] рассматривают случаи для реальных пространственных элементов, «похожих» на *плоскость* и *цилиндр* (рис. 5).

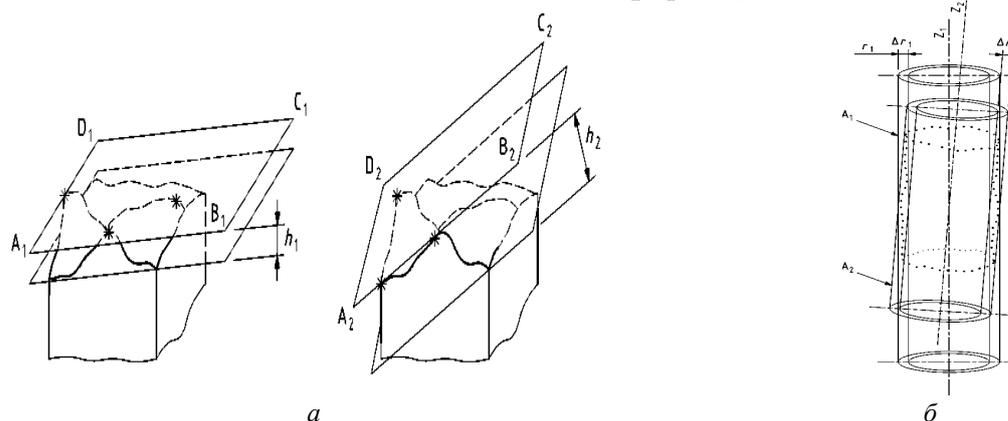


Рис. 5. Формирование полей допусков: а – для отклонения от плоскости; б – для отклонения от цилиндричности

В них считается, что отклонение от плоскости отдельного элемента, для которого устанавливается допуск, определено корректно, если элемент располагается между двумя параллельными плоскостями, расстояние между которыми равно или меньше значения установленного допуска. Как и для плоских геометрических элементов, это поле допуска лишь подтверждает предельную величину отличия реальной геометрии поверхности, «похожей» на плоскость от идеальной номинальной. Никакого отношения оно не имеет к полю допуска, определяющему разность между наибольшим и наименьшим предельными значениями характерных размеров партий сопрягаемых деталей, обеспечивающих собираемость, работоспособность и взаимозаменяемость.

Ориентация плоскостей при оценке плоскостности должна выбираться так, чтобы максимальное расстояние между ними равнялось возможному наименьшему значению (рис. 5, а). Она никакого отношения не имеет к ориентации поверхности, «похожей» на плоскость в детали.

Как эту идею реализовать на практике?

Если через 3 выступающих точки, не лежащие на одной прямой, неплюской поверхности, «похожей» на плоскость, провести прилегающую плоскость, то параллельную ей плоскость можно провести через точку, наиболее далеко отстоящую от первой плоскости. Сравнивая расстояние между плоскостями h_1 с величиной поля допуска h_2 , можно оценить соответствие отклонения от плоскости полю допуска.

А если точки расположены на одной прямой, то число плоскостей, проходящих через эту прямую бесконечно большое. И как зацепить за реальную поверхность плоскость, которая задаёт положение параллельной плоскости? Хотя вероятность такого случая практически равна нулю, но о таком случае ни слова, ни упоминания.

В [9] считается, что цилиндричность отдельного элемента, для которого устанавливается допуск, определена корректно, если элемент располагается между двумя соосными цилиндрами так, чтобы разность их радиусов была не более значения установленного допуска, лишь подтверждающего предельную величину отличия реальной геометрии поверхности, «похожей» на цилиндр от идеального номинального цилиндра определённого диаметра. Никакого отношения оно также не имеет к полю

допуска, определяющему разность между наибольшим и наименьшим предельными значениями характерных размеров партий сопрягаемых деталей, обеспечивающих собираемость, работоспособность и взаимозаменяемость.

Положение осей этих цилиндров и значения их радиусов должны выбираться так, чтобы разность радиусов двух соосных цилиндров равнялась возможному наименьшему значению. В качестве примера приведена схема, представленная на рис. 5, б.

В пояснении к рис. 5, б высказано умозрительное заключение о возможных положениях осей двух соосных цилиндров и минимальной разности их радиусов: ось (Z_1) цилиндров A_1 определяет положение двух соосных цилиндров с разностью радиусов Δr_1 ; ось (Z_2) цилиндров A_2 определяет положение двух соосных цилиндров с разностью радиусов Δr_2 . Правильными положениями двух соосных цилиндров является положение, обозначаемое как A_2 . Тогда разность радиусов Δr_2 должна быть не более установленного допуска.

Перейдём к практике решения этой задачи.

Раз цилиндры соосные, то у них должна быть общая ось. Один из соосных цилиндров должен касаться точки наиболее удалённой от общей оси, а другой наименее удалённой от той же оси.

Начнём с определения положения *оси* облака точек реальной поверхности, «похожей на цилиндр». Как выглядит алгоритм поиска этой оси? Где он в международном стандарте, которому должны соответствовать национальные стандарты? Как определить возможные месторасположения оси двух соосных цилиндров и разность их радиусов? Ничего этого в стандарте [9] нет.

Стандарт [9] ограничивается только плоскими фигурами прямой и замкнутой кривой с постоянным радиусом, а в пространстве плоскостью, цилиндрической и конической поверхностями. А как быть с остальными линиями и поверхностями в изделиях машиностроения?

Понятие «Расположение геометрического элемента» (линии, поверхности, тела) строго не определено. В стандартах [7, 9] оно связано с понятиями *база*¹⁰³ и *комплект баз*¹⁰⁴.

Базы, образующие комплект баз, различают в порядке убывания числа степеней свободы, лишаемых ими [11]. Понятия о степенях свободы привлечены из арсенала *механики*, а не *геометрии*, для которой более приемлемо утверждение, что *комплект баз формирует систему координат в пространстве, в которую можно поместить собственные системы координат номинального и рассматриваемого реального геометрических элементов*. Связь комплекта баз с системой координат предполагается «по умолчанию», но об этом в стандартах [7, 9] ни слова.

Отклонение расположения в стандарте [7] рассматривается относительно баз, используемых для базирования прямоугольных заготовок при обработке. Отклонение расположения подразделяются на отклонения *месторасположения*¹⁰⁵ и *отклонения ориентации*¹⁰⁶.

Номинальное расположение поверхностей в [7, 9] определяется непосредственно изображением геометрических элементов детали на плоском $2D$ чертеже. Реальное расположение рассматриваемого элемента (поверхности или профиля), определяемое действительными линейными и угловыми размерами между ним и базами или между рассматриваемыми элементами, если базы не заданы. Получить требуемые линейные и угловые размеры реальных геометрических элементов можно по двум проекциям геометрических элементов при условии, что известна их реальная геометрия и расположение без указания системы координат, в которой нашла отражение, невозможно.

¹⁰³ *База* – геометрический элемент детали (или выполняющее ту же функцию сочетание элементов), по отношению к которому (которым) задается расположение рассматриваемого геометрического элемента.

¹⁰⁴ *Комплект баз* – совокупность двух или трех баз, образующих систему координат, по отношению к которой определяется соответствующее расположение и задается допуск расположения рассматриваемого геометрического элемента, а также отклонение расположения элемента

¹⁰⁵ *Отклонение месторасположения* – отклонение от номинального расположения, определяемого номинальными линейными или линейными и угловыми размерами (отклонения от соосности, симметричности, пересечения осей, позиционные отклонения).

¹⁰⁶ *Отклонение ориентации* – отклонение от номинального расположения, определяемого номинальным угловым размером (отклонения от параллельности и перпендикулярности, отклонение наклона).

Большой объём содержания стандартов [7, 9] уделен правилам определения геометрических параметров геометрических элементов и символике их обозначениям в стандартной 2D чертёжной документации.

4. 2 Краткие выводы из анализа состояния

Анализ современного состояния представления геометрии объектов машиностроения выявил следующие недостатки.

В стандартах [7, 9] нет разделения представления геометрических элементов изделия в разных системах координат:

– в *системе координат проекта*, в которой представлено желательное или предполагаемое их расположение,

– в *системе координат системы измерения*, в которой представлено реальное (фактическое) расположение геометрических элементов после их изготовления в выбранных технологии и СТО.

По умолчанию предполагается, что это одна и та же система координат.

Понятие допуска в [8, 9] ***распространяется не на собираемость, работоспособность и взаимозаменяемость сопрягаемых поверхностей деталей, а на отклонение реальной формы геометрических элементов от номинальной.***

Отклонение расположения в [7] никакого отношения к расположению собственных систем координат номинальных геометрических элементов в системе координат проекта и реальных геометрических элементов в системе координат системы измерения не имеет. По расположению собственных систем координат номинальной и реальной поверхностей в системе координат комплекта баз по 2D чертежам нельзя точно определить расположение каждого реального геометрического элемента детали относительно номинального и друг относительно друга, а также *поле допуска расположения.*

Способов определения или вычисления положения номинального геометрического элемента в системе координат проекта и положения реального геометрического элемента в системе координат системы измерения, а тем более их взаимного расположения, позволяющего определить отклонение расположения, в стандартах [7, 9] не представлено. Об этом ни слова, ни упоминания. Отклонение расположения в стандарте [7] рассматривается относительно баз, используемых для базирования прямоугольных заготовок при обработке. Отклонение расположения подразделяются на отклонения *месторасположения и отклонения ориентации.*

Отклонение расположения могут быть представлены символами стандартов [7, 9], а отклонения ориентации этими символами могут быть представлены только в проекциях.

Проведенный анализ на примерах прилегающих прямой, окружности и произвольного плоского профиля для стандарта [7] показал, что прилегающие профили, во-первых, ***неоднозначны*** и, во-вторых, не соответствуют *номинальной геометрии* для геометрических элементов с постоянной кривизной. В стандарте [9] отошли от определения отклонения точек реальных геометрических элементов от прилегающих, и перешли к ограничению областей, в которых должны находиться точки реальных поверхностей для сравнения с полем допуска, но без определения алгоритмов привязки к измеренным точкам реальных геометрических элементов. Выбор *прилегающих элементов* в качестве *базовых отсчётных элементов* не обеспечивает определения отклонения формы ***реальных элементов от номинальных элементов и однозначности*** определения расположения номинальных элементов в системе координат системы измерения среди измеренных точек реальных элементов. Отклонение расположения *прилегающих элементов* никак не связано с формированием собственной системы координат реальных элементов и носит произвольный характер. Многие положения стандарта [9] должны восприниматься по умолчанию без доказательств и алгоритмов реализации.

Тем не менее, ***вся существующая нормативная база для определения отклонений формы и расположения построена на прилегающих элементах.***

5. Другой подход к представлению геометрии объектов машиностроения

В том же отменённом стандарте [7], оценку отклонения *формы* реальных элементов допускается осуществлять с помощью **средних элементов**¹⁰⁷, позволяющих однозначно закрепить положение собственной системы координат номинального элемента среди точек, принадлежащих реальному элементу в системе координат системы измерения (рис. 6).

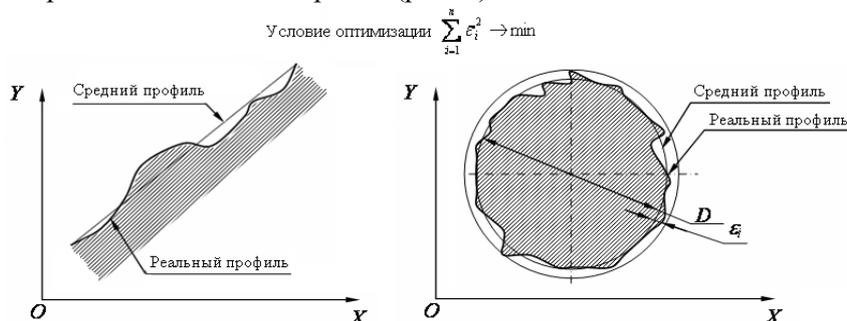


Рис. 6. Средние элементы: а – реальных линий, «похожих на прямую» (без кривизны), б – реальных линий, «похожих на кривую» с постоянной кривизной

Об этих средних геометрических элементах «по умолчанию» упоминается в стандарте [9]:

- присоединенные окружности являются полными окружностями наименьших квадратов отклонений;
- присоединенный цилиндр является полным цилиндром наименьших квадратов отклонений;
- присоединенный конус является полным конусом наименьших квадратов отклонений;
- обе присоединенные параллельные плоскости построены по методу наименьших квадратов отклонений.

Несимметричные средние геометрические элементы с постоянной кривизной и без кривизны расположены в системе координат системы измерения среди массива случайных координат измеренных точек, принадлежащих реальным геометрическим элементам. Для них суммы квадратов отклонений точек реальных элементов от средних геометрических элементов минимальны. Достоинством средних элементов является **обеспечение однозначности определения расположения собственной системы координат несимметричных элементов в системе координат системы измерения**, как на плоскости, так и в пространстве.

Для определения отклонения формы *собственную систему координат* каждой из *номинальных поверхностей*, представленных *номинальными поверхностями* в системе координат проекта, нужно расположить в *системе координат системы измерения* таким образом, чтобы отклонение точек *реальной геометрии* поверхностей, представленных в системе координат системы измерения, определялось по нормали к *номинальной геометрии*.

В «облаке точек», соответствующих линии, «похожей на прямую», необходимо разместить линию профиля сечения по какому-нибудь универсальному алгоритму, обеспечивающему привязку его к координатам этих точек. Такой алгоритм известен. В математической статистике и теории вероятностей его называют **математическая регрессия**. Этот метод широко используется в экономико-математических методах прогноза (тренда) тех или иных показателей во времени их формирования или проявления, основанных на обработке статистических данных [20].

Для геометрических элементов без кривизны (прямых линий) средние геометрические элементы можно определить, как геометрические элементы *ортогональной средней квадратической регрессии* [21] – статистического метода, позволяющего определить положение прямой линии среди координат

¹⁰⁷ *Средние элементы* – профили, поверхности, имеющие номинальную форму и такую величину и/или расположение, чтобы сумма квадратов расстояний между реальным и средним элементами в пределах нормируемого участка имела минимальное значение.

случайных точек по минимуму квадратов отклонений точек реального профиля сечения к прямой линии.

На рис. 7, а показано отличие ортогональной средней квадратической регрессии от математической регрессии.

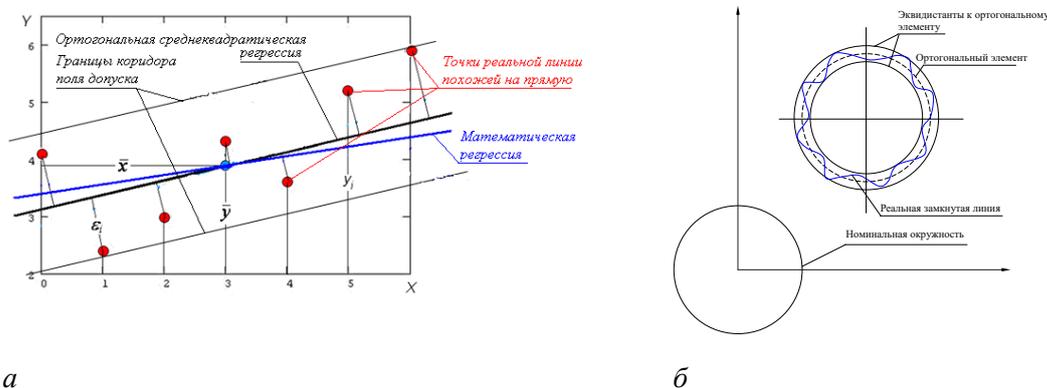


Рис. 7. Применение ортогональной средней квадратической регрессии: а – отличие ортогональной среднеквадратической регрессии от математической регрессии; б – отсчётный ортогональный элемент для реального геометрического элемента с постоянной кривизной

Геометрические элементы, построенные как средние, целесообразно назвать **ортогональными отсчётными геометрическими элементами**.

Для совокупности точек реальной плоской линии, «похожей на прямую линию» (рис. 7, а), за ортогональный геометрический элемент можно принять средний геометрический элемент – прямую линию, сохраняющую форму номинального геометрического элемента. При конечном числе точек она проходит через центр тяжести совокупности точек в направлении, определяемом минимумом суммы квадратов расстояний от точек реальной линии до искомой средней прямой [21]. Границы области, определяющие непрямолинейность, можно провести через точки, наиболее удалённые по обе стороны от средней линии параллельно средней линии. Это будет приемлемой моделью поля допуска отклонения реальной линии от идеальной прямой, «похожей» на прямую линию, удовлетворяющей стандарту [8] (рис. 7, а).

Эту же идею можно перенести на плоские геометрические элементы с постоянной кривизной (рис. 7, б). Форма ортогонального отсчётного элемента, сохраняющая форму номинального геометрического элемента, взятого из 3D модели CAD, расположена среди массива точек реального элемента по условию минимума суммы квадратов отклонения расстояний точек реального элемента до ортогонального элемента.

Если сумма квадратов расстояний между достаточно равномерно расположенными точками реального геометрического элемента и средним геометрическим элементом (**ортогональным отсчётным геометрическим элементом**) одной геометрической формы и одного характерного размера (диаметр окружности) равна нулю, то их характерные размеры равны.

Величина характерного размера ортогонального отсчётного элемента реального геометрического элемента может быть как больше, так и меньше номинального геометрического элемента. До сих пор нигде в нормативных документах не упоминалось о таком свойстве как **величина** геометрического элемента, и речь шла только об отклонении формы и расположения реального геометрического элемента. При формировании существующих нормативных документов [7, 8, 9] была допущена подмена понятия **величина** понятием **размер**.

А что делать, если величина реального элемента с постоянной кривизной отличается от величины номинального?

Если сумма квадратов расстояний между достаточно равномерно расположенными точками реального геометрического элемента и геометрическим элементом известной формы и величины отличны от нуля, то *характерные размеры ортогонального отсчётного геометрического элемента* будут больше или меньше характерных размеров геометрического элемента известной формы и величины.

В основу алгоритма поиска численных значений характерных размеров формы реальных поверхностей, а также границ поля допуска отличия реальной формы геометрического элемента от идеальной по отечественному [9] и международному стандарту ISO 1101-2012 [8], может быть положен ортогональный отсчётный геометрический элемент, *материализующий среднюю линию*.

Для определения отклонения точек реальной поверхности, отсчитываемое по нормали к номинальной геометрии элемента, нужно сохранить положение системы координат номинального элемента в системе координат системы измерения. Такое изменение величины реального элемента возможно либо для *эквидистанты* к номинальному элементу [15, 22, 23], либо для *изменённого масштаба номинального элемента* в собственной системе координат номинального элемента [24].

В CAD современных САПР и эквидистанта к номинальному геометрическому элементу *с постоянной кривизной* (линии или поверхности) и изменённый масштаб, одинаковый по трём осям координат пространственного номинального элемента обеспечивают совмещение систем координат номинального и предлагаемых геометрических элементов [25] (рис. 8, а).

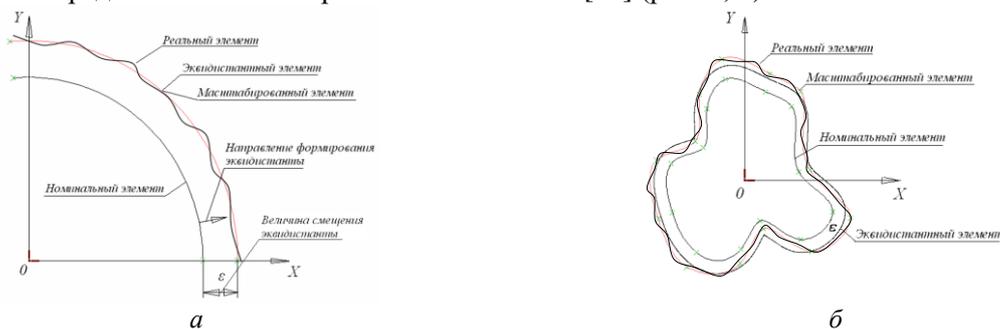


Рис. 8. Взаимное расположение масштабированных и эквидистантных геометрических элементов: а – элемент с постоянной кривизной, б – элемент с переменной кривизной

Можно строго доказать, что для других форм геометрических элементов с переменной кривизной форма эквидистанты отличается от формы номинального элемента.

Изменённый масштаб номинальных геометрических элементов, необходимый для обеспечения величины реальных геометрических элементов, которым соответствует ортогональная регрессия, пригоден для плоских и пространственных геометрических элементов *любой формы и величины*. Поэтому масштабируемый отсчётный элемент предпочтительнее эквидистантного.

Форма *масштабированного ортогонального отсчётного геометрического элемента* соответствует форме номинального элемента, сохраняет вид уравнения границ формы номинального геометрического элемента, а система координат в системе координат системы измерения совпадает с собственной системой координат реального геометрического элемента.

Точки реального геометрического элемента в системе координат системы измерения не совпадают с *масштабированным ортогональным отсчётным элементом*. Среди них есть максимально удалённые на расстояния Δr_{max} по обе стороны от границ плоских или пространственных геометрических элементов. Через них в системе координат *масштабированного ортогонального отсчётного элемента* можно осуществить масштабирование *смещённых масштабируемых геометрических элементов* на величину масштабирования m_c , обеспечивающую величину реальных плоских или пространственных геометрических элементов.

Если к *масштабируемому ортогональному отсчётному геометрическому элементу*, (рис. 9, а) построить в их собственных системах координат *смещённые масштабируемые ортогональные элементы* нижней и верхней границ предельных точек отклонения формы реального элемента параллельно границам *масштабируемого ортогонального отсчётного геометрического элемента*, то между ними будут находиться отклонения формы, обусловленные шероховатостью и волнистостью.

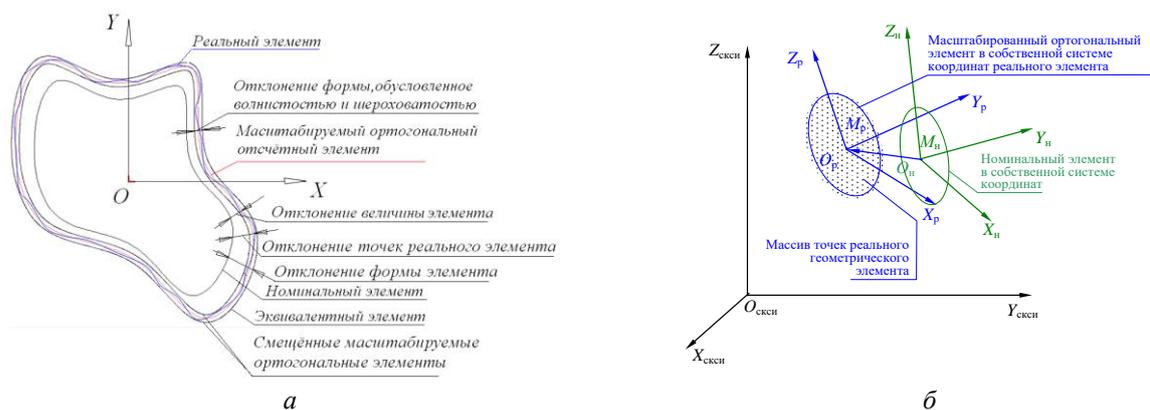


Рис. 9. Геометрия несимметричных деталей: а – взаимное расположение номинального, реального, масштабируемого и эквивалентного геометрических элементов; б – к определению положения масштабированного отсчётного ортогонального элемента в системе координат системы измерения

Смещённые масштабируемые ортогональные геометрические элементы, сохраняют:

- вид уравнения границ формы номинального геометрического элемента для линий и поверхностей с кривизной;
- положение собственной системы координат в системе координат масштабируемого ортогонального элемента (линии или поверхности).

Для любых величин реальных элементов нужно сохранить положение системы координат номинального элемента в системе координат системы измерения, необходимое для определения отклонения точек реального геометрического элемента от формы номинального, отсчитываемое по нормали к номинальной геометрии базовой отсчётной поверхности (рис. 9 а).

Реальный элемент, ограниченный **смещённым масштабируемым геометрическим элементом** к наибольшему отклонению точек реального элемента (поверхности детали) от масштабируемого ортогонального отсчётного элемента, которой соответствует максимум материала детали, целесообразно назвать **эквивалентом объёмлющей или объёмлемой поверхности детали**. Он по смыслу похож на *прилегающий элемент* по ГОСТ 24642-81, но определённым по другим правилам.

Эквивалент поверхности реального объёмлющего или объёмлемого несимметричного геометрического элемента с кривизной, которой соответствует максимум материала детали, определяет идеализированную (гладкую) геометрию реального элемента, имеет форму номинального элемента, сохраняет вид уравнения границ формы номинального геометрического элемента, расположен снаружи точек реального элемента, формирует собственную систему координат реального элемента в системе координат системы измерения и величину реального элемента, имеет характерные размеры и параметры положения в системе координат системы измерения.

Масштабировать номинальные плоский или пространственный геометрический элемент любой величины, представленной в САД используемого САПР, следует на одну и ту же величину по каждой из осей X, Y, Z собственной системы координат номинальной поверхности в системе координат проекта детали.

Перемещая начало координат, и поворачивая собственную систему координат масштабированного номинального элемента в системе координат системы измерения при использовании для оптимизации пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений *MatLab* [23] можно определить:

- величину масштабирования m , обеспечивающую в системе координат системы измерения минимум суммы квадратов отклонений точек реального геометрического элемента от *масштабируемого ортогонального отсчётного элемента*, соответствующего границам ортогональной регрессии;
- координаты положения начала O_p системы координат масштабируемого ортогонального отсчётного элемента среди измеренных точек реальной поверхности;

- величины направляющих косинусов осей координат X_p, Y_p, Z_p матрицы A_p в системе координат системы измерения $O_{\text{скси}} X_{\text{скси}}, Y_{\text{скси}}, Z_{\text{скси}}$;
- границы *масштабируемого ортогонального отсчётного элемента*, соответствующие границам объемлемого или объемлющего геометрического элемента;
- численные значения координат точек реального геометрического элемента максимально удалённых на расстояния Δr_{max} по обе стороны от границ плоских или пространственных геометрических элементов;
- величины масштабирования m_c обеспечивающие в системе координат системы измерения характерные размеры предельных границ реальных плоских или пространственных геометрических элементов;
- границы объемлемого или объемлющего геометрического элемента.

При одинаковой форме, расположении в системе координат системы измерения элемента (детали) и величине эквивалента его размеры не зависят от технологии формирования (изготовления) реального элемента.

5.1 Реальная геометрия несимметричных поверхностей с кривизной

Привязка системы координат реального геометрического элемента к совокупности точек, принадлежащих реальной поверхности, «похожей» на номинальную поверхность, для *несимметричных поверхностей* детали всегда однозначна [25].

Наиболее убедительно алгоритм определения отклонения формы и расположения реального геометрического элемента (*объемлемой* поверхности) в пространстве можно продемонстрировать на несимметричном замкнутом геометрическом элементе *трёхосный эллипсоид*, ограниченным одной поверхностью, для которого в системе координат системы измерения $O_{\text{скси}}, X_{\text{скси}}, Y_{\text{скси}}, Z_{\text{скси}}$ получен массив точек реального геометрического элемента (рис. 9, б).

Поместим начало собственной системы координат O_n номинального трёхосного эллипсоида в произвольную точку системы координат системы измерения и направим оси его собственной системы координат X_n, Y_n, Z_n в произвольно выбранное направление.

Достаточная для ортогональной регрессии *величина* поверхности, сохраняющая форму номинального элемента в системе координат системы измерения, достигается *масштабированием* номинальной поверхности детали *относительно начала собственной системы координат номинального базового отсчётного элемента*. Масштабирование следует выполнять в САД современной САПР на одну и ту же величину по каждой из осей собственной системы координат номинальной поверхности до величины, обеспечивающей минимум суммы квадратов отклонений точек реального геометрического элемента от *ортогонального элемента*.

Изменяя масштаб номинального элемента, перемещая начало координат и поворачивая собственную систему координат масштабированного номинального элемента в системе координат системы измерения, определим их величины, обеспечивающие наименьшую сумму квадратов отклонений точек реального элемента от масштабированного отсчётного ортогонального элемента.

Выполнение описанных выше действий одновременно или последовательно позволяет определить в системе координат системы измерения:

- значения масштаба m , номинальной геометрии, при которых сумма квадратов отклонений точек реального элемента от масштабированного ортогонального отсчётного элемента будет минимальной,
- координаты положения начала O_p системы координат масштабированного ортогонального отсчётного элемента среди измеренных точек реальной поверхности и величины направляющих косинусов осей координат X_p, Y_p, Z_p матрицы A_p в системе координат системы измерения $O_{\text{скси}} X_{\text{скси}}, Y_{\text{скси}}, Z_{\text{скси}}$.

Такая процедура в математике называется оптимизацией.

Для определения положения собственной системы координат реального несимметричного элемента в системе координат системы измерения и величины ортогонального элемента необходимо осуществить одновременно или последовательно:

– масштабирование для определения *величины ортогонального элемента*;

– определение положения начала O_P системы координат масштабируемого ортогонального отсчётного элемента в системе координат системы измерения $O_{\text{скси}}$ $X_{\text{скси}}$, $Y_{\text{скси}}$, $Z_{\text{скси}}$ среди измеренных точек реальной поверхности и матрицы A_P направляющих косинусов осей координат X_P , Y_P , Z_P .

Оптимизация сравнительно просто осуществляется при использовании пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений *MatLab*.

В результате оптимизации, при которой сумма квадратов отклонений точек реального элемента от масштабируемого ортогонального отсчётного элемента будет минимальной, реальные геометрические элементы детали в системе координат системы измерения получают:

– величину масштаба m_r реального геометрического элемента;

– координаты начала O_i и направления осей X , Y , Z собственной системы координат реального геометрического элемента в системе координат системы измерения;

– координаты точек максимально удалённых по обе стороны от масштабируемого ортогонального отсчётного элемента, определяющих привязку эквивалентов поверхности реального объемлющего или объемлемого геометрического элемента;

– расположение реального объемлющего или объемлемого геометрического элемента в системе координат системы измерения, позволяющее определить m_c ;

– характерные размеры поверхностей в системе координат системы измерения;

– расположение номинального элемента в системе координат системы измерения;

– погрешности величины, формы и расположения реальных поверхностей.

Определив координаты точек реальной поверхности максимально удалённых наружу от масштабируемой ортогональной отсчётной поверхности, проведём через неё *смещённые масштабируемые геометрические элементы*. Если объём детали находится внутри трёхосного эллипсоида, то реальная поверхность детали соответствует *эквиваленту объемлющей поверхности детали*, которой соответствует максимуму материала детали.

Определить численные значения *характерных размеров геометрических элементов* реальной несимметричной детали и их отклонений от номинальной геометрии можно по исходной 3D модели, позволяющей сохранить информацию о форме и расположении номинальных поверхностей, и результатам адекватной обработки данных измерения координат точек реальных деталей, полученных с помощью координатно-измерительных машин.

Аналогичную процедуру можно осуществить для каждого несимметричного геометрического элемента детали.

Расположение собственной системы координат реального геометрического элемента в системе координат базы, одинаковой для реальной и номинальной геометрии, позволяет определить *отклонение расположения реального геометрического элемента от номинального геометрического элемента* (рис. 10).

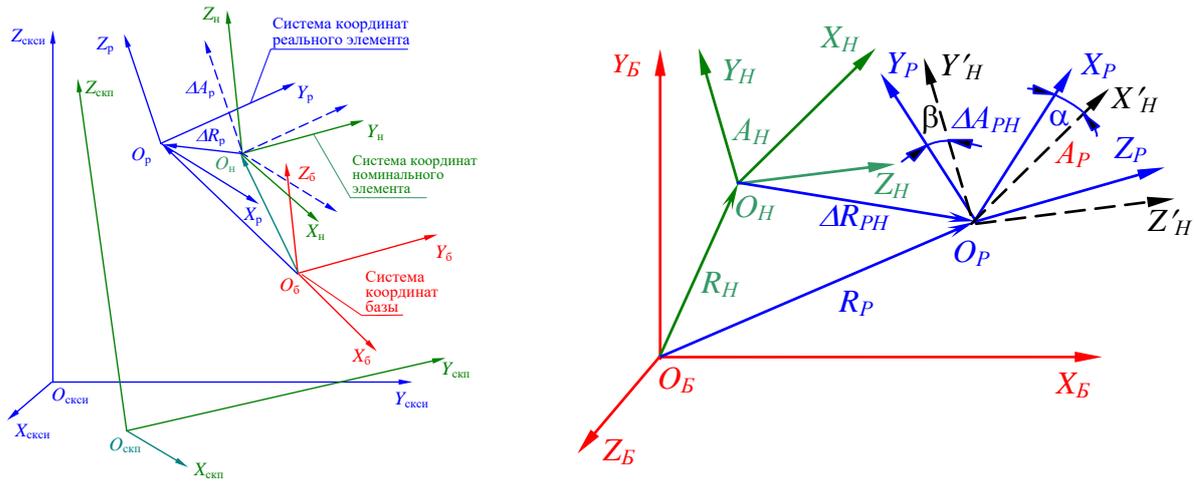


Рис. 10. Определение погрешности расположения: а – в системе координат системы измерения, совмещённой с системой координат проекта по общей базе; б – в системе координат базы

Расположение собственной системы координат реального геометрического элемента (поверхности) в собственной системе координат номинального геометрического элемента можно представить **вектором смещения ΔR_{PH}** и **матрицей дополнительного поворота ΔA_{PH}** системы координат реальной поверхности [26]:

$$\Delta R_{PH} = A^T_{PH} \cdot (R_P - R_H)$$

$$\Delta A_{PH} = A^T_{PH} \cdot A_P,$$

где A^T_{PH} – транспонированная матрица A_H .

5.2 Реальная геометрия элемента без кривизны и симметричного геометрического элемента

Геометрических элементов без кривизны два: прямая линия и плоскость.

Плоский геометрический элемент «похожий» на прямую линию рассмотрен ранее (рис. 7, а). Алгоритм механизма формирования величины и параметров положения отсчётного ортогонального элемента реального пространственного геометрического элемента, «похожего» на прямую линию в системе координат системы измерения выглядит следующим образом. Координаты точки, через которую проходит в системе координат системы измерения линия ортогональной регрессии определяются по координатам центра масс точек реальной плоской кривой. Направление прямой линии в системе координат системы измерения вычисляется при использовании пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений *MatLab*.

Пусть в системе координат системы измерения $O_{скси}$, $X_{скси}$, $Y_{скси}$, $Z_{скси}$ получен массив («облако») координат измеренных точек реального геометрического элемента «похожего на плоскость» (рис. 11, а).

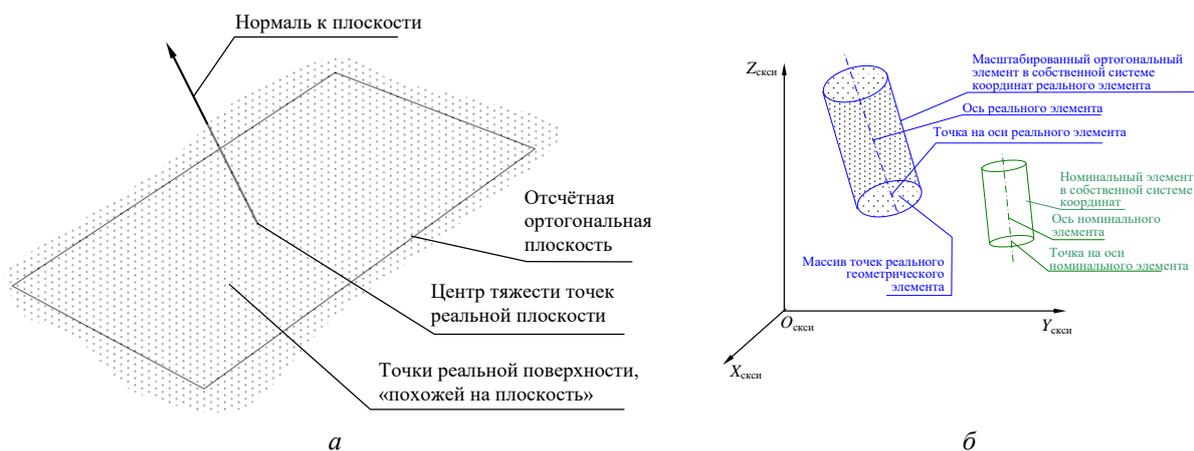


Рис. 11. К определению положения масштабированного ортогонального отсчётного элемента в системе координат системы измерения: а – для плоской поверхности; б – для цилиндрической поверхности

Ортогональный отсчётный элемент имеет форму плоскости, представленной в системе координат проекта. Для определения положения геометрического элемента «похожего» на плоскость достаточно знать координаты точки, через которую проходит отсчётный ортогональный элемент (плоскость) и направление нормали к плоскости.

Алгоритм механизма формирования величины и параметров положения масштабированного ортогонального отсчётного элемента реального геометрического элемента, «похожего» на плоскость в системе координат системы измерения, как это требовалось в [9], выглядит следующим образом. Координаты точки, через которую проходит в системе координат системы измерения плоскость ортогональной регрессии определяются по координатам центра масс точек реальной поверхности. Направление нормали вычисляется при использовании пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений *MatLab*.

Алгоритм определения отклонения формы и расположения реального геометрического элемента (поверхности) в пространстве можно продемонстрировать на реальном симметричном геометрическом элементе поверхности, «похожей» на цилиндр, для которого в системе координат системы измерения $O_{скси}$, $X_{скси}$, $Y_{скси}$, $Z_{скси}$ получен массив точек реального симметричного геометрического элемента (рис. 11, б).

Поместим точку на оси собственной системы координат номинального цилиндра в произвольную точку системы координат системы измерения и направим ось его собственной системы координат в произвольно выбранное направление. В качестве точки оси для осесимметричной поверхности (цилиндра) можно взять центр тяжести точек осесимметричной поверхности.

Изменяя масштаб номинального элемента, перемещая начало координат и поворачивая собственную систему координат масштабированного номинального элемента в системе координат системы измерения, определим их величины, обеспечивающие наименьшую сумму квадратов отклонений точек реального элемента от масштабируемого, характерную для отсчётного ортогонального элемента.

Выполним описанные выше действия одновременно или последовательно и определим в системе координат системы измерения:

- значения масштаба m номинальной геометрии, при которых сумма квадратов отклонений точек реального элемента от ортогонального элемента будет минимальной,

- координаты точки оси отсчётного ортогонального элемента среди измеренных точек реальной поверхности и величины направляющих косинусов оси в системе координат системы измерения $O_{скси}$, $X_{скси}$, $Y_{скси}$, $Z_{скси}$.

Оптимизация сравнительно просто осуществляется при использовании пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений *MatLab*.

В результате оптимизации, при которой сумма квадратов отклонений точек реального элемента от ортогонального элемента будет минимальной, реальные геометрические элементы детали в системе координат системы измерения получают:

- масштаб, определяющий величину ортогонального отсчётного элемента;
- координаты точки и *направление оси* реального геометрического элемента, «похожего» на цилиндр;
- диаметр масштабируемого ортогонального отсчётного элемента, «похожего» на цилиндр;
- диаметры *эквивалентов объемлемой или объемлющей поверхности детали*, которой соответствует максимуму материала детали равные диаметру реального цилиндра внутреннего или наружного для объемлющей и объемлемой деталей.

Построив через наиболее и наименее удалённые от оси точки реального элемента соосные цилиндры, получим поле, формирующее интервал поля допуска, в котором находятся точки реального цилиндра. Если расстояние между соосными цилиндрами меньше поля допуска, то реальная поверхность, похожая на цилиндр, в соответствии с [9] может быть принятой по отклонению формы. Что касается отклонения расположения нужно сравнить его с расположением номинальной поверхности в системе координат проекта.

Заключение

В результате проделанной работы впервые появилась возможность по исходной 3D модели, сохраняющей информацию о форме и расположении номинальных поверхностей и результатам адекватной обработки данных измерения координатно-измерительными машинами координат точек реальных поверхностей детали, получить алгоритмы определения численных значений:

- отклонений от номинальной геометрии величины, формы и расположения реальной геометрии геометрических элементов объектов машиностроения на всех стадиях жизненного цикла детали,
- *характерных размеров геометрических элементов* поверхностей реальной детали.

Отклонение величины реального элемента определяется соотношением между найденной величиной масштабирования ортогонального отсчётного элемента¹⁰⁸ m_c и единицей, соответствующей масштабу m_n номинального элемента.

Отклонение формы реального элемента зависит от величины реального геометрического элемента, определяемого масштабируемым отсчётным элементом, отклонения формы, обусловленное волнистостью и шероховатостью и определяется по максимальному отклонению точек реального элемента от номинального элемента, расположенного в системе координат ортогонального отсчётного элемента. Для масштабируемого ортогонального отсчётного элемента собственная система координат реального элемента совпадает с собственной системой координат номинального элемента.

Отклонение расположения определяется в системе координат базы, одинаковой для обоих элементов по расположению в собственной системе координат номинального геометрического элемента **вектором смещения** ΔR_{PH} и **матрицей дополнительного поворота** ΔA_{PH} системы координат реальной поверхности:

$$\Delta R_{PH} = A_H^T \cdot (R_P - R_H)$$

$$\Delta A_{PH} = A_H^T \cdot A_P,$$

где A_H^T – транспонированная матрица A_H .

Такой базой может быть собственная система координат одной из поверхностей в системах координат проекта и системе координат системы измерения.

¹⁰⁸ *Ортогональный отсчётный геометрический элемент* – геометрический элемент, имеющий форму номинального геометрического элемента, расположенный среди измеренных точек реального геометрического элемента таким образом, что сумма квадратов отклонения точек реального элемента стремится к наименьшему значению. Масштабирование необходимо для учёта величины реального геометрического элемента.

Разработанные основы теории обработки данных измерений основных поверхностей деталей координатно-измерительных может быть использована:

- для разработки системы обработки данных измерений, полученных с помощью координатно-измерительных машин;
- для формирования скорректированного состава погрешностей величины, формы, и расположения поверхностей деталей;
- для разработки новой версии CAD САПР машиностроения, обеспечивающей моделирование геометрии недеформируемых изделий с реальными поверхностями;
- для полного пересмотра таблицы погрешностей величины, формы, расположения поверхностей деталей и формул для их вычисления при их проектировании в САМ и изготовлении на станках с ЧПУ;
- формирования адекватной модели сквозного проектирования геометрии деталей с реальными поверхностями и сборки недеформируемых деталей с анализом выходных геометрических параметров собранного изделия.

Литература

1. ГОСТ 2.101-68 ЕСКД. Виды изделий.
2. ГОСТ 2.103-68. ЕСКД Стадии разработки.
3. ГОСТ 2.118-73 ЕСКД Техническое предложение.
4. ГОСТ 2.119-73 ЕСКД Эскизный проект.
5. ГОСТ 2.120-73 ЕСКД Технический проект.
6. ГОСТ 2.109-73 ЕСКД Основные требования к чертежам.
7. ГОСТ 24642-81. Допуски формы и расположения поверхностей.
8. ГОСТ 31254-2004. Основные нормы взаимозаменяемости Геометрические элементы. Общие термины и определения.
9. ГОСТ Р 53442-2009 (ИСО 1101:2004) Характеристики изделий геометрические
10. ГОСТ 25142-82. Шероховатость поверхности. Термины и определения.
11. ГОСТ 21495-76 Базирование и базы в машиностроении.
12. МИ 1317-2004. Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров образцов продукции и контроле их параметров.
13. Кашуба Л.А. Представление геометрии поверхностей изделий машиностроения // Системный анализ в науке и образовании: сетевое научное издание. – Дубна, 2011. – №1. – [Электронный ресурс]. URL: <http://www.sanse.ru/download/81.-0421100111\0004>.
14. Кашуба Л.А.. Реальная геометрия детали // Сборка в машиностроении, приборостроении. –2011. – №8. – С. 32-40.
15. Фролов С.А. Начертательная геометрия. – М.: Машиностроение, 1978. – С. 239.
16. Абибов А.Л., Бирюков Н.М., Бойцов В.В., Григорьев В.П., Елисеев В.В., Зернов И.А., Коноров Л.А., Чударев П.Ф. Технология самолётостроения. – М.: Машиностроение, 1970. – С. 600.
17. Григорьев В.П. Взаимозаменяемость агрегатов в самолётостроении. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 260.
18. Котельников В. А. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи – Всесоюзный энергетический комитет // Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности, 1933. Репринт статьи в журнале УФН, 176:7 (2006). – С. 762-770.

19. Суслов В.И., Ибрагимов Н.М., Тальшева Л.П., Цыплаков А.А. Эконометрия: Учебное пособие. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2005. – С. 744.
20. Дунин–Барковский И.В., Карташова А.Н. Измерения и анализ шероховатости, волнистости и некруглости поверхности. – М., 1978. – С. 231.
21. Кашуба Л.А.. Реальная геометрия детали // Сборка в машиностроении, приборостроении, 2011. – №10. – С. 7-15.
22. Кашуба Л.А., Жук Д.М., Маничев В.Б. Геометрия реальных поверхностей деталей изделий машиностроения // Известия высших учебных заведений. – М.: Машиностроение, 2012. – №2. – С. 72-79.
23. Кашуба Л.А., Проходцев Е.А. Разработка системы обработки информации, полученной измерением геометрии изделий с помощью координатно-измерительных машин // Системный анализ в науке и образовании: сетевое научное издание. – Дубна, 2013. – №2. – [Электронный ресурс]. URL: <http://www.sanse.ru/download/162>.
24. Кашуба Л.А. Геометрические параметры и погрешности реальной геометрии недеформируемых деталей машиностроения // Системный анализ в науке и образовании: сетевое научное издание. – Дубна, 2013. – №4. – [Электронный ресурс]. URL: <http://www.sanse.ru/download/195>.
25. Тарасов В.А., Кашуба Л.А. Теоретические основы технологии ракетостроения. – М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2006. – С. 351.
26. Кашуба Л.А. Реальная геометрия детали // Сборка в машиностроении, приборостроении, 2012. – №1. – С. 3-13.
27. Якушев А.И., Воронцов Л.Н., Федотов Н.М. Взаимозаменяемость, стандартизация и технологические измерения: Учебник для вузов – 6-е изд., перераб. и дополн. – М.: Машиностроение, 1986. – С. 352.