

УДК 132+[530.12:531.18]+531.111

## ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛОБАЧЕВСКОГО И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Фадеев Николай Гаврилович

*Доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник;  
Объединенный институт ядерных исследований,  
Лаборатория физики высоких энергий;  
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, 6;  
e-mail : fadeev@sunse.jinr.ru.*

*Обнаружено, что синхронизованный процесс движения частицы и распространения пучков света является физической основой отрицания  $V$  постулата Евклида и существования параллельных Лобачевского в пространстве скоростей. Этот же процесс оказался и новым способом решения основной трудности специальной теории относительности – задачи определения времени для «событий, которые происходят в местах, удаленных от часов» [1]. Представлены первые очевидные следствия нового решения, включая понятия одновременности, собственного времени, преобразования координат инерциальных систем в виде сдвигов, инвариантных величин, релятивистского сложения скоростей и релятивистских эффектов.*

Ключевые слова: геометрия Лобачевского, относительность, проективное отображение, релятивистская механика.

## PHYSICAL NATURE OF LOBACHEVSKY PARALLEL LINES AND AN INERTIAL FRAME COORDINATE TRANSFORMATION

Fadeev Nicolay

*Doctor of Science in Physics and Mathematics, Leading scientist;  
Joint Institute for Nuclear Research,  
Laboratory of High Energy Physics;  
141980, Dubna, Moscow reg., Joliot-Curi str., 6;  
e-mail: fadeev@sunse.jinr.ru.*

*The synchronous process of particle motion and light beams propagation has been found to reveal the physical foundation for violation of the  $V$ -th Euclidean postulate in the velocity space. The process revealed also its fruitfulness in solving in a new way the main difficulty in relativity – the problem of time synchronization for different space points [1]. The first obvious consequences of the new solution – such as simultaneity, proper time, inertial frame coordinate transformation, invariants, relativistic velocity summation law and relativistic effects are also presented in this paper.*

Keywords: Lobachevsky geometry, relativity, projectivity, relativistic mechanics.

### 1. Введение

«Закон достойных – творить добро и не ссориться»  
Лаоцзы, IV в. до н.э.

14 марта 2012 г. исполнилось бы 70 лет со дня рождения ведущего научного сотрудника Лаборатории информационных технологий ОИЯИ, доктора физико-математических наук, профессора Геннадия Андреевича Емельяненко, преподававшего высшую математику в Международном университете природы, общества и человека «Дубна» со дня его создания. По поводу юбилея в университете состоялся Научный семинар памяти профессора Г.А. Емельяненко, выпускника мехмата СГУ им.

Н.Г.Чернышевского, после окончания которого в 1965 году он начал работу в ОИЯИ. Коллеги и друзья приняли участие в этом Семинаре и среди них мне тоже предоставилась возможность посвятить памяти товарища свой доклад. Была выбрана та научная работа, которую мы с ним обсуждали при встречах, которую он горячо поддерживал и за развитием которой он проявлял нескрываемый интерес. Осталась глубокая благодарность к нему за это доброе внимание в те моменты поиска казалось невозможного.



*Группа выпускников физфака СГУ на встрече в ОИЯИ с руководителем кафедры теоретической физики СГУ проф. А.С. Шехтером (в центре первого ряда), проф. Г.А. Емельяненко – в центре третьего ряда (крайний слева второго ряда – автор), 1966г.*

Принято считать, что решение проблемы параллельных прямых завершилось созданием Я. Бойяи, К.Ф. Гауссом и Н.И. Лобачевским первой неевклидовой геометрии, получившей название геометрии Лобачевского. По аналогии с геометрией сферы, ее интерпретируют как геометрию, которая реализуется на сфере с мнимым радиусом, псевдосфере, с постоянной отрицательной кривизной. Основанная на отрицании V постулата Евклида, кажущаяся противоречащей действительности, геометрия Лобачевского в настоящее время «является рабочим инструментом в физике высоких энергий», используемым при отображении взаимодействий сталкивающихся частиц в пространство скоростей, обладающим геометрией Лобачевского [2]. Однако, физическое обоснование отрицания V постулата до сих пор отсутствует. Поэтому причина, вследствие которой две наклонённые в плоскости прямые не пересекаются, остается чисто геометрической – кривизна поверхности. Суть вопроса сводится к отысканию в обычном (евклидовом) пространстве явления, которое явно указывало бы на физическую причину отсутствия пересечения наклонённых в плоскости прямых и геометрический образ которого соответствовал бы параллельным прямым Лобачевского (ППЛ) в его пространстве.

Применение в физике частиц высоких энергий пространства Лобачевского давно указывает на два таких явления. Это прежде всего двухфотонный распад нейтральной частицы, в частности пиона,  $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$  [3]. Требование постоянства скорости света и законов сохранения энергии-импульса для этой реакции приводят к геометрическому образу ППЛ при отображении её в пространство скоростей. Однако, динамика этого процесса остаётся неизвестной, а её кинематика полностью соответ-

вует релятивистской механики, пространство скоростей которой, как отмечалось, является пространством Лобачевского. Как известно, в этом пространстве на основе своего постулата Лобачевский «разрешил» множеству прямых, находясь в одной плоскости, проходить через заданную точку, оставаясь параллельными заданной прямой (в отличие от постулата Евклида, когда через заданную точку проходит одна прямая, параллельная заданной). Двухфотонный распад частиц не даёт прямого ответа на поставленный вопрос.

Другое физическое явление – это процесс равномерного движения частицы, синхронизированный с распространением плоских пучков (фронт) света. В таком процессе возбуждение световых полусфер, создаваемое по принципу Гюйгенса плоскими фронтами в точках прохождения частицы, происходит с некоторым запаздыванием, величина которого зависит от угла падения фронта на направление движения частицы. Это запаздывание и приводит к отсутствию пересечения тех световых лучей, которые при отображении процесса на заданный момент времени в пространство скоростей соответствуют ППЛ. Само запаздывание обуславливается постоянством скорости света независимо от направления распространения. Этот принцип, выражаемый посредством функции Лобачевского, и является в конечном счете физической основой отрицания V постулата в пространстве скоростей.

Данный процесс открывает и новое решение основной трудности специальной теории относительности (СТО) – задачи определения времени «для тех событий, которые происходят в местах, удаленных от часов» [1]. В этой же работе был предложен известный способ синхронизации часов на основе применения световых «сигналов», следствием которого явилось координатное преобразование Лоренца. «Простое строение формул Лоренца», отмечал Паули, «делает естественным вопрос о возможности их получения» из других «общих соображений без требования инвариантности интервала» [4]. Имелись ввиду теоретико-групповые методы, на основе которых оказалось возможным «получить лишь внешний вид формул преобразования, но не их физическое содержание» [4]. К мотивам поиска новых способов получения формул преобразования можно отнести и релятивистские эффекты, следующие из формул Лоренца, природа которых (динамическая или кинематическая) с самого начала была неоднозначной и до сих пор открытой.

Новое решение возникает как результат применения плоско-параллельных пучков света, направления распространения которых определяются состояниями движения или покоя частицы в точном соответствии с функцией Лобачевского, т.е. углами параллельности. Следствием подхода являются как формулы Лоренца, так и новые формулы, свободные от релятивистских парадоксов, а так же и новое содержание некоторых устоявшихся понятий, например, таких как одновременность, собственное время, способ выражения принципа постоянства скорости света и других. Поэтому, можно полагать, что теория параллельных прямых снова выходит на очередной этап развития. Данная работа является развитием идей, изложенных в [5].

## 2. Основные положения и предпосылки подхода

В рассуждениях, относящихся к свету, ограничимся законами его прямолинейного распространения (без учета дифракции), независимости световых пучков (без учета интерференции) и применением принципа Гюйгенса: всякая точка, которой достиг световой фронт, является центром испускания вторичных световых полусфер; поверхность, огибающая эти полусферы, указывает новое положение светового фронта. Считаем, что скорость света не зависит от направления его распространения и будем применять такой же плоско-параллельный пучок, который используется для объяснения законов отражения и преломления света.

В формулировке принципа Гюйгенса выделим присутствующий в нем неявно дополнительный смысл, а именно: момент испускания вторичной полусферы из точки, в которую пришел свет (световой фронт) может быть принят за начальный отсчет времени в этой точке. Другими словами, время в данной точке можно измерять длиной светового луча, выходящего из нее (в любом направлении). Для рассуждений потребуются две инерциальные системы отсчета - покоящаяся и движущаяся, каждая из которых может быть связана с материальным телом (частицей). В качестве множества инерциальных систем можно использовать понятие пучка частиц. Движение частиц в пучке свободное и прямолинейное с постоянной скоростью.

Выделим некоторые положения из представления о пространстве скоростей. В этом пространстве постоянная Лобачевского  $k$  равна скорости света  $c$  ( $k = c$ ), расстояния между точками (отрезки)

есть быстроты  $\rho/c$ , которые определяются через соответствующие им скорости и длина которых измеряется в единицах  $c$ . Поэтому длина отрезка  $\rho/c$  есть величина безразмерная. Угол между заданными в евклидовом пространстве скоростями частиц равен углу между соответствующими быстротами в пространстве скоростей. Поэтому относительная скорость частиц определяется через их быстроты и тот же (евклидов) угол [2].

Любому отрезку  $\rho/c$  соответствует угол параллельности  $\Pi(\rho/c)$ , величина которого зависит от длины отрезка. Эта зависимость устанавливается функцией Лобачевского:

$$\theta_L \equiv \Pi(\rho/c) = 2 \arctan e^{\rho/c}, \quad (1)$$

определяющей все своеобразие его геометрии (обозначение Лобачевского  $\Pi(\rho/c)$  заменим на более сокращенное  $\theta_L$ , ввиду частого его употребления). Соотношение (1) вытекает из определения параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Поэтому, зная длину отрезка  $\rho/c$ , можно отыскать эти параллельные. Для этого нужно рассматривать конечные точки отрезка  $\rho/c$  как заданные, а углы, которые параллельные прямые образуют с ним, задать в соответствии с определением: один как  $\theta_L$ , другой как  $\pi/2$ . Тогда две полупрямые в одной плоскости, выходящие из конечных точек заданного отрезка в направлениях  $\theta_L$  и  $\pi/2$  к нему, соответственно, являются параллельными по Лобачевскому, как говорят, в одну сторону. Если провести еще две полупрямые из тех же точек и в тех же направлениях, но в противоположную полуплоскость, то снова получим ППЛ, но в другую сторону. Прямой, выходящей из конечной точки отрезка под углом  $\pi/2$  в противоположные стороны плоскости, параллельны две полупрямые, выходящие из другой точки отрезка под углом  $\theta_L$  в ту и другую стороны от него. Данное представление соответствует содержанию постулата (аксиомы) Лобачевского, отрицающего единственность параллельной, свойственной для евклидовой плоскости.

Конечные точки отрезка  $\rho/c$  соответствуют выбору начала системы отсчета: точка, из которой выходит полупрямая под углом  $\theta_L$ , соответствует системе, относительно которой частица движется, а точка, из которой выходит полупрямая под углом  $\pi/2$  – системе, в которой частица покоится. Действительно, функцию (1) можно представить в другой известной форме, более удобной для наших целей:

$$\cos \theta_L = \text{th}(\rho/c). \quad (2)$$

Если обратиться к определению координат Бельтрами [2]

$$\beta \equiv v/c = \text{th}(\rho/c), \quad (3)$$

используемых в физике для определения быстроты частицы

$$\rho/c = 1/2 \ln((1+\beta)/(1-\beta)) \quad (4)$$

через величину ее скорости  $v$  и сравнить (2) и (3), то получим

$$\cos \theta_L = v/c, \quad (5)$$

т.е. скорости частицы в евклидовом пространстве соответствует тот же угол параллельности, что и в пространстве скоростей для ее быстроты.

Для отрицательного аргумента функции Лобачевского угол параллельности есть  $\pi - \theta_L$  [2]. Этот случай соответствует той же скорости, но в обратном направлении. Для системы, в которой частица покоится ( $v = 0$ ), угол параллельности есть  $\pi/2$ , а расстояние от точки до прямой равно нулю (точка принадлежит прямой, выходящей под углом  $\pi/2$  к отрезку). Длина отрезка  $\rho/c$  в этом случае соответствует скорости  $-v/c$  другой частицы, движущейся в обратном направлении относительно покоящейся.

Отсюда замечаем, что угол параллельности  $\theta_L$  могут образовать лучи плоского светового пучка с пучком частиц, движущихся с некоторой постоянной скоростью, меньшей скорости света. Направим ось  $X$  неподвижной системы  $K$  по движению частиц пучка, начало координатной системы  $O$  совместим с пространственной точкой, в которой направление одной из частиц (например, движущейся по оси  $X$ ) пересекается с направлением одного из световых лучей (под углом  $\theta_L$  к оси  $X$ ), а отсчет времени в  $O$  будем производить от момента пересечения в  $O$  частицы пучка и светового луча. Учитывая, что с каждой частицей можно связать движущуюся координатную систему  $K^S$  с осями, параллельными  $K$ , замечаем, что выбор систем отсчета  $K$  и  $K^S$  совпадает с тем, который используется

в задаче о преобразовании координат инерциальных систем (обозначения величин, относящихся к движущейся системе отсчёта, будем отмечать символом « $s$ », чтобы отличать от соответствующих «штрихованных» величин).

Отметим, что соотношения (1-5) сохраняют свой вид в любой системе отсчета и, следовательно, удовлетворяют принципу относительности. Поскольку постоянная Лобачевского  $k = c$  (величина скорости света  $c$  не зависит от состояния системы, движется она или покоится), то делаем вывод, что функция Лобачевского выражает принцип постоянства скорости света.

### 3. Физический смысл параллельных Лобачевского

Продолжим рассмотрение координатных систем  $K$  и  $K^S$  с осями  $XYZ$  и  $X^S Y^S Z^S$  соответственно. Система  $K^S$  движется относительно  $K$  со скоростью  $V$  вдоль оси  $X$  так, что оси  $X$  и  $X^S$  совпадают, а оси  $Y^S, Z^S$  параллельны осям  $Y, Z$ .

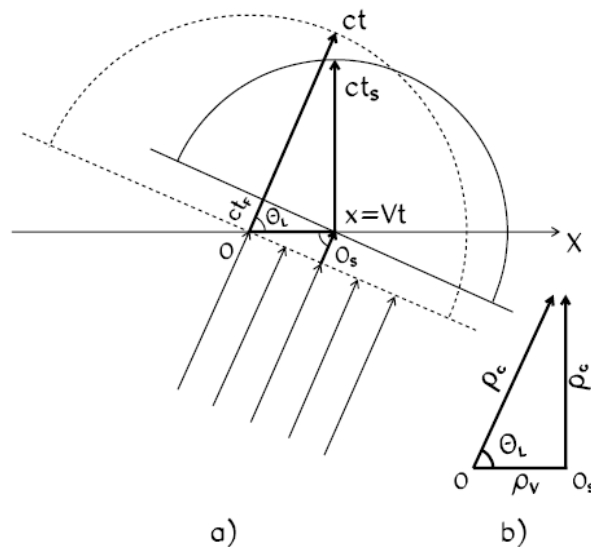


Рис. 1. а) Процесс синхронизованного движения  $K^S$ -системы ( $Vt$ ) и «бокового» плоского светового фронта, возбуждающего по принципу Гюйгенса распространение лучей  $ct$  и  $ct^S$ ; б) параллельные Лобачевского (в одну сторону) в пространстве скоростей, соответствующие синхронизованному движению  $ct, ct^S$  и  $Vt$

В момент времени, когда начала обеих систем совпадают, в эту же точку  $O$  приходит «боковой» световой фронт, лучи которого образуют с осью  $X$  соответствующий скорости  $V$  угол параллельности  $\theta_L$  (рис. 1а), а на ось  $X$  покоящейся системы падает «прямой» фронт, лучи которого ортогональны оси  $X$  (на рис. 1а эти лучи отсутствуют). Для определенности положим, например, что световые пучки падают из нижней полуплоскости  $XU$  в верхнюю. В выбранной точке  $O$  оба фронта одновременно возбуждают по принципу Гюйгенса световую полусферу, момент распространения которой есть начальное время ( $t = 0$ ) в системе  $K$ . Рассмотрим возбуждения в точках оси  $X$  от «бокового» фронта.

Пусть имеем некоторое событие ( $x > 0, t$ ), т.е. некоторую точку на положительной полуоси  $X$  в момент времени  $t$  неподвижной системы  $K$  ( $y = z = 0$ ). За время  $t$  радиус полусферы с центром в  $O$  составит величину  $ct$ . В любую точку полуоси  $X$  приходят два световых луча: луч из центра  $O$  второй полусферы (за время  $x/c$ , т.е. эйнштейновский «сигнал») и луч от «бокового» фронта.

В заданную точку  $x$  луч из «бокового» фронта всегда приходит быстрее, чем луч из центра  $O$ , так как требуемое время  $t_F$  для него составляет величину (рис. 1а):

$$ct_F = x \cos \theta_L, \quad t_F = (x/c) \cos \theta_L = xV/c^2, \tag{6}$$

всегда меньшую, чем  $x/c$ . Очевидно,  $t_F$  – есть время запаздывания прихода светового фронта в точку  $x$  по сравнению с его приходом в начало координат  $O$ . С приходом светового фронта в точку  $x$  из

нее, как из центра, также начнет распространяться вторичная полусфера и к заданному моменту  $t$  время ее распространения  $t^S$  с учетом запаздывания будет определяться выражением:

$$ct^S = ct - ct_F = ct - x \cos \theta_L = ct - x V/c, \quad t^S = t - x V/c^2 \tag{7}$$

т.е. ее радиус составит величину  $ct^S$ .

В качестве точки на оси  $X$  выберем точку  $x = Vt$ , т.е. выберем событие  $(x = Vt, t)$ , определяющее положение начала  $O_S$  системы  $K^S$  в момент времени  $t$  относительно  $K$ . Тогда время  $t_F$  прихода фронта в точку  $x = Vt$  составит:

$$ct_F = Vt \cos \theta_L = ct \cos^2 \theta_L, \tag{8}$$

величину, всегда меньшую, чем  $t$ . Это значит, что еще до прихода системы  $K^S$  в точку  $x = Vt$  из нее, как из центра, в момент времени  $t_F$  начнет распространяться вторичная полусфера и к моменту  $t$  (когда  $K^S$  сместится в точку  $x = Vt$ ) время ее распространения или ее радиус, согласно (7), составит величину:

$$ct^S = ct - ct \cos^2 \theta_L = ct \sin^2 \theta_L = ct (1 - V^2/c^2). \tag{9}$$

К моменту времени  $t$  можно выделить две полусферы: испущенную из точки  $O$  в момент  $t = 0$  с радиусом  $ct$  и из заданной точки  $x = Vt$  (из начала координат  $O_S$ ) с запаздыванием на время  $t_F$ , имеющую меньший радиус  $ct^S$ . В верхней полуплоскости  $XU$  они образуют две световые полуокружности с соответствующими центрами и радиусами (рис. 1а).

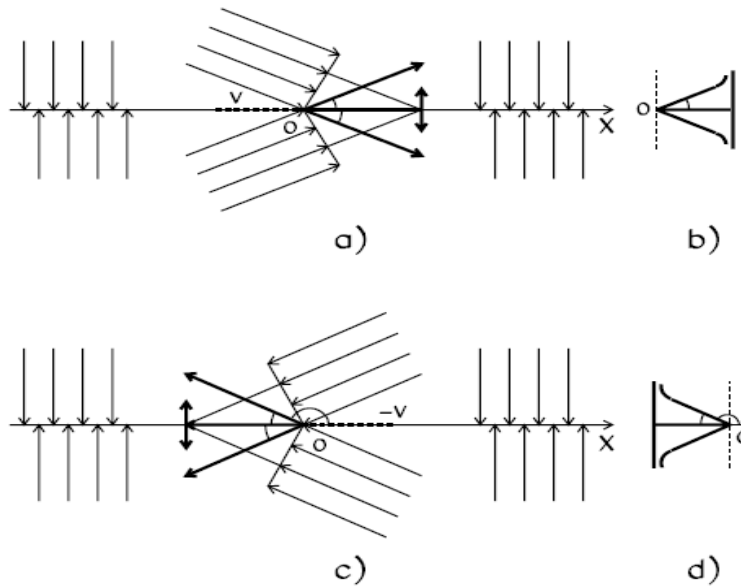


Рис. 2. а) Процесс синхронизованного движения  $K^S$  - системы, «двух прямых» и двух «боковых» световых фронтов (для  $V > 0$ ); «боковые» фронты возбуждают две пары лучей  $ct$  и  $ct^S$  в обе стороны плоскости; б) ППЛ в обе стороны в пространстве скоростей, соответствующие синхронизованному движению пар лучей  $ct$ ,  $ct^S$  и  $Vt$ ; в) и д) то же, что а) и б) соответственно, но для  $V < 0$

Световые лучи выделенных полуокружностей имеют свой геометрический образ на плоскости Лобачевского в пространстве скоростей. Этот образ выглядит так: из конечных точек отрезка (быстроты  $\rho_{V/c}$ ) выходит множество полупрямых в направлениях, соответствующих направлениям лучей в полуокружностях (быстрота для скорости света (4) равна бесконечности).

Как отмечалось, параллельными по Лобачевскому являются те две полупрямые, которые выходят из конечных точек отрезка  $\rho_{V/c}$  под углами  $\theta_L$  и  $\pi/2$  соответственно. Поэтому если из центра  $O$  (относительно которого движется частица) первой полуокружности на плоскости  $XU$  выбрать луч  $ct$  под углом  $\theta_L$  к оси  $X$ , а из второй полуокружности с центром в  $x = Vt$  (совпадающим с  $O_S$ , где частица покоится) выбрать луч  $ct^S$ , перпендикулярный к оси  $X$  (рис. 1а), то этой паре лучей, очевидно, соответствуют такие быстроты и углы в пространстве скоростей, которые вместе с отрезком  $\rho_{V/c}$  полностью удовлетворяют определению ППЛ (в одну сторону) (рис. 1б). В рассматриваемой плоскости  $XU$

лучи  $ct$ ,  $ct^S$  и отрезок  $Vt$  образуют геометрическую фигуру в виде незамкнутого прямоугольного треугольника с гипотенузой  $ct$ , катетом  $Vt$  и отрезком  $ct^S$ , составляющим лишь часть длины другого катета –  $ct \sin \theta_L$  (рис. 1а), и их разность  $ct (\sin \theta_L - \sin^2 \theta_L) > 0$ , всегда положительная на момент  $t$ . Следовательно, лучи  $ct$  и  $ct^S$ , лежащие в одной плоскости и наклоненные друг к другу, в любой заданный момент времени не пересекаются, т.е. параллельны по Евклиду. Как следует из рассмотренного, причиной отсутствия пересечения лучей является их последовательное испускание из разных центров с временной задержкой. Таким образом, на любой заданный момент времени  $t$  состояния распространения определенной пары лучей  $ct$  и  $ct^S$  и движущейся частицы  $Vt$  являются евклидовым оригиналом геометрического образа ППЛ в пространстве скоростей.

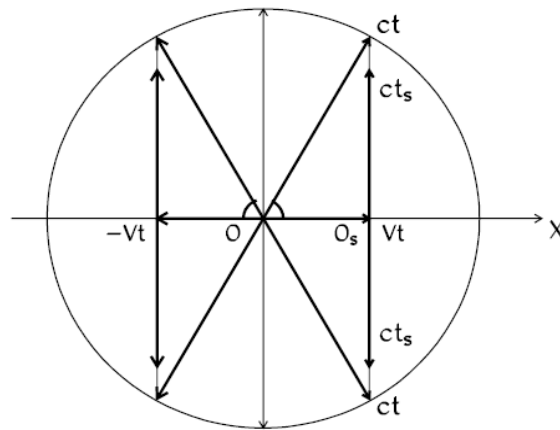


Рис. 3. Схема световых лучей, возбуждаемых «боковыми» фронтами, синхронизованными с движением системы ( $V > 0$  и/или  $V < 0$ ), и являющихся евклидовым оригиналом геометрического образа ППЛ в пространстве скоростей

Существование ППЛ следует из отрицания  $V$  постулата в пространстве Лобачевского. Поэтому физическим обоснованием отрицания  $V$  постулата служит та же причина – синхронизованное с движением частицы испускание определенной пары световых лучей из разных центров с временной задержкой. Для заданного  $x$  (и скорости  $V$ ) сама задержка (б) определяется постоянством скорости света (при изменении скорости  $V$  меняется угол падения фронта в соответствии с функцией Лобачевского, но не скорость света). Следовательно, конечной причиной отрицания  $V$  постулата является принцип постоянства скорости света.

Чтобы отыскать евклидов оригинал геометрического образа ППЛ в другую сторону, очевидно, нужно повторить аналогичные рассуждения для плоского фронта, падающего под тем же углом  $\theta_L$  к оси  $X$  в той же плоскости, но из верхней ее части в нижнюю (рис. 2а). Тогда лучи  $ct$  и  $ct^S$  будут направлены в другую сторону (в нижнюю полуплоскость  $XU$ ) и соответствующие им быстроты (полу-прямые на плоскости Лобачевского) параллельны в другую сторону (рис. 2б).

Евклидов оригинал ППЛ найден пока для  $V > 0$ , т.е. для положительного аргумента функции Лобачевского (когда плоские фронты направлены слева-направо). Направляя пучок частиц против оси  $X$ , а плоские фронты так, чтобы их лучи по-прежнему составляли угол  $\theta_L$  с направлением движения (справа-налево, см. рис. 2с), можно провести те же рассуждения и найти два набора лучей  $ct$  и  $ct^S$ , которые вместе с частицей пучка являются евклидовым оригиналом геометрического образа ППЛ и для отрицательного аргумента (рис. 2д). На рис. 3 представлен полный набор лучей  $ct$  и  $ct^S$ , испускание которых синхронизованно с движением частицы со скоростью  $V > 0$  или  $V < 0$ , при их отображении в пространство скоростей возникают на плоскости прямые, параллельные по Лобачевскому.

Итак, геометрический образ ППЛ является результатом математического отображения в пространство скоростей евклидового оригинала, процесса синхронизованного движения частицы и света. Физической основой отрицания  $V$  постулата и существования ППЛ в пространстве скоростей является принцип постоянства скорости света, а функция Лобачевского является математическим способом его выражения. Отметим, что плоскость  $XU$  падения «боковых» и «прямых» фронтов выбрана произ-

вольно. В силу симметрии все аналогичные рассуждения можно провести для фронтов, находящихся в любой плоскости, проходящей через ось  $X$ .

#### 4. Преобразование $x$ -, $t$ - координат и концепция светового эфира

Напомним, что углы падения пары «боковых» фронтов на ось  $X$  неподвижной системы  $K$  однозначно связаны со скоростью  $V$  частиц пучка, а с частицей пучка связана инерциальная система  $K^S$ . На ось  $X$  системы  $K$  падают с противоположных сторон два «прямых» плоских фронта, световые лучи которых ортогональны к оси  $X$ . Лучи от обоих «прямых» фронтов одновременно достигают оси  $X$  в момент времени, когда в точку  $O$  приходит и частица (система  $K^S$ ), и пара «боковых» фронтов. Все точки оси  $X$  одновременно начинают «светиться», т.е. из каждой ее точки начинают распространяться в противоположных направлениях две одинаковые полусферы. Момент распространения этих сфер принято считать как начальный отсчет времени  $t = 0$ , общий для всех точек системы  $K$ . Поэтому время, определенное с помощью «прямых» фронтов можно назвать временем покоящейся системы. Ее время можно измерять длиной светового луча  $ct$ , испущенного из  $O$  под углом  $\theta_L$  к оси  $X$  в некоторой плоскости, проходящей через ось  $X$ .

В точке  $O$  момент возникновения вторичных полусфер от обоих типов фронтов («прямых» и «боковых») совпадает. В другие точки оси  $X$  «боковые» лучи всегда приходят с запаздыванием на время  $t_F$  (6) по сравнению с приходом в них «прямых» лучей. Для заданного  $x$  начальный момент испускания полусферы из  $x$  (с приходом в нее «бокового» фронта) определяется только скоростью  $V$ . Заданным временем  $t$  устанавливается конечный момент распространения вторичных полусфер, испущенных и из начала  $O$ , и из точки  $x$ . Следовательно, каждой точке оси  $X$  системы  $K$  соответствуют два момента времени, иначе, в каждой точке оси  $X$  можно «установить» двое часов, «показывающих», разное время: одни – время  $t$ , начальный момент которого совпадает с приходом в нее «прямого» луча, другие – время  $t^S = t - t_F$ , начальный момент которого совпадает с приходом в нее «бокового» луча. Поэтому, показания часов разное, хотя сам ход обоих часов – распространение световых сигналов – одинаков.

Для заданного события  $(x, t)$  смещение начала  $O_S$  относительно  $O$  составляет величину  $Vt$ , поэтому точка  $x$  в момент  $t$  имеет относительно  $O_S$  координату  $x^S$ :

$$x^S = x - Vt = x - ct \cos\theta_L. \quad (10)$$

Время  $t^S$  (7) при заданных  $x$  и  $t$  зависит только от скорости  $V$  системы  $K^S$ . Поэтому время  $t^S$ , определенное в точке  $x$  в момент  $t$  в  $K$ , выполняет роль показаний часов, «расположенных» в точке  $x^S$  координатной системы  $K^S$ .

Для события  $(x = Vt, t)$  относительная координата  $x^S = 0$  совпадает с  $O_S$ , а время  $t^S$  (9) есть показание часов, «установленных» в  $O_S$  и «движущихся» вместе с  $K^S$ , причем время  $t^S$  всегда меньше  $t$ . Отсюда делается вывод, что ход времени в движущейся системе другой, чем в покоящейся, а именно замедленный. В действительности, как показано, ход времени одинаковый, а разность показаний часов обусловлена задержкой начала отсчета «движущихся» часов относительно покоящихся. Несмотря на разницу показаний часов, два наблюдателя фактически одновременно «видят» две разные световые сферы: покоящийся наблюдатель из начала координат  $O$  «видит» сферу с радиусом  $ct$  (в момент времени  $t$  по своим часам), а движущийся наблюдатель из начала координат  $O_S$  «видит» сферу с меньшим радиусом  $ct^S$  (в момент времени  $t^S$  по своим «движущимся» часам).

Время  $t^S$ , отсчитываемое по часам, «расположенным» в  $O_S$ , называют собственным временем движущейся системы. Так как координатную систему  $K^S$  обычно связывают с движущейся частицей (например, частицей пучка), то время  $t^S$  есть собственное время этой частицы. Следует подчеркнуть, что время  $t^S$ , определенное для  $O_S$ , не является общим для всех точек оси  $X^S$ .

Действительно, из (6) следует, что начальный отсчет времени, возбуждаемый «боковым» фронтом, распространяется вдоль оси  $X$  со скоростью  $v_F$ :

$$v_F \equiv x/t_F = c / \cos\theta_L = c^2/V = c/\beta > c. \quad (11)$$



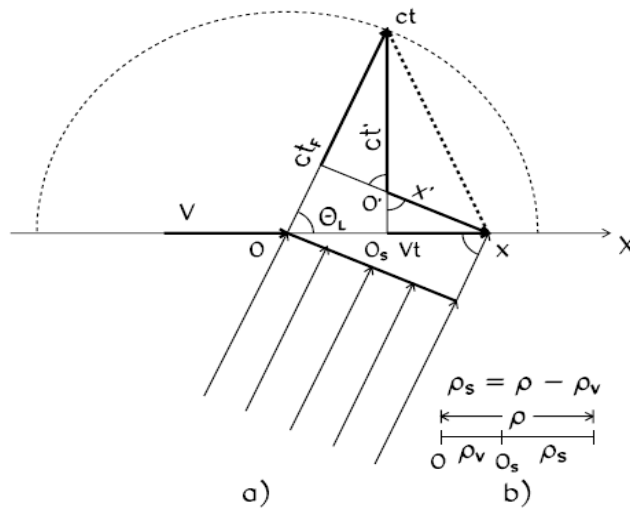


Рис. 4. а) Иллюстрация к преобразованию  $x$ - и  $t$ -координат инерциальных систем, включая лоренц-преобразование; б) то же событие в пространстве скоростей (в предположении, что в момент  $t$  координата  $x$  есть положение частицы, движущейся со скоростью  $v = x/t$ )

Поэтому, при  $0 < V < c$  любые два одновременные, но разноместные события  $(x_1, t)$  и  $(x_2, t)$  в  $K$  всегда являются неодновременными в  $K^S$ . При  $V \rightarrow 0$  ( $\theta_L \rightarrow \pi/2$  для «боковых» пучков) скорость  $v_F \rightarrow \infty$  стремится быть мгновенной, а время в  $K^S$   $t^S \rightarrow t$  приближается к ньютоновскому (абсолютному) времени. При  $V = c$  ( $\theta_L = 0$ ) собственное время  $t^S = 0$ .

Итак, событие  $(x, t)$  в  $K$ -системе одновременно является событием  $(x^S, t^S)$  в системе  $K^S$  (см.(7) и (10)). Координаты события в системах  $K$  и  $K^S$  связаны формулами параллельного переноса, в которых  $Vt = ct \cos \theta_L$  и  $ct_F = x \cos \theta_L$  – начальные координаты (сдвиги – shifts) системы  $K^S$  относительно  $K$ . Отметим симметрию в определении величины сдвигов через проекции заданных значений  $x$  и  $ct$  на соответствующие прямые: положение начала координат  $O_s$  на оси  $X$  в момент времени  $t$  (сдвиг по оси  $X$ ) определяется проекцией луча  $ct$  на ось  $X$ , а время запаздывания  $ct_F$  (сдвиг по лучу  $ct$ ), определяется проекцией координаты  $x$  на луч  $ct$  (рис. 4а).

Используем отмеченную симметрию для нахождения координатного преобразования Лоренца. Обозначим через  $O'$  точку пересечения соответствующих перпендикуляров, выполняющих нужное проектирование (рис. 4а). Тогда длина отрезка от  $O'$  до заданной точки  $x$  есть величина:

$$x' = (x - ct / \cos \theta_L) / \sin \theta_L = (x - Vt) / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad x^S = x' \sin \theta_L, \quad (12)$$

соответствующая «штрихованной» координате  $x'$ . Аналогично длина отрезка от  $O'$  до заданной точки  $ct$  есть:

$$ct' = (ct - x \cos \theta_L) / \sin \theta_L = (ct - xV/c) / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad ct^S = ct' \sin \theta_L, \quad (13)$$

величина, определяющая «штрихованное» время  $t'$ . Отсюда следует, что новые координаты и «штрихованные» связаны между собой как соответствующие проекции. Из вывода преобразования Лоренца видно, что точка  $O'$ , принимаемая за начало движущейся системы, не совпадает с началом координат  $O_s$ , за исключением одного события ( $x^S = x' = 0$ ). Видно также, что отрезок  $O'x$ , соответствующий координате  $x'$ , не параллелен оси  $X$ , вдоль которой происходит движение «штрихованной» системы. Поэтому формулы (12), (13) нельзя рассматривать как искомое преобразование координат инерциальных систем.

Если соединить точки  $x$  и  $ct$  (пунктирная линия на рис. 4а), то длину полученного отрезка можно выразить через «штрихованные» и «нештрихованные» величины:

$$l^2 \equiv c^2 t^2 + x^2 - 2 ct x \cos \theta_L = c^2 t'^2 + x'^2 + 2 ct' x' \cos \theta_L \equiv l'^2 \quad (14)$$

или в виде  $l^2 = s_1^2 + s_2^2$  (путем добавления в левой части (14)  $\pm x^2$ , а в правой  $\pm x'^2$ ), или в виде  $l^2 = -s_1^2 + s_3^2$  (путем добавления в левой части (14)  $\pm c^2 t^2$ , а в правой  $\pm c^2 t'^2$ ), где

$$s_1^2 = c^2 t^2 - x^2 = c^2 t'^2 - x'^2 = y^2 (c^2 t'^2 - x'^2), \quad y = 1 / \sin \theta_L, \quad (15)$$

$$s_2^2 = 2x(x - ct \cos \theta_L) = 2x'(x' \pm ct' \cos \theta_L),$$

$$s_3^2 = 2ct(ct - x \cos \theta_L) = 2ct'(ct' \pm x' \cos \theta_L). \quad (16)$$

Слагаемое  $s_1^2$  известно как инвариантный интервал. Видно, что он составляет часть всей длины  $l^2$ , и эта часть остается после взаимного сокращения двух равных величин или  $s_2^2$ , или  $s_3^2$  в выражениях для  $l^2$ . Слагаемые  $s_2^2$  и  $s_3^2$  могут отличаться знаками: (+) соответствует случаю, когда точка  $O'$  находится внутри угла, и (–) – когда она вне угла  $\theta_L$ . Для события ( $x = Vt$ ,  $t$ ) величина  $s_2^2$  равна нулю (т.к.  $x^S = x' = O_S$ ), а  $s_3^2 = 2s_1^2$ , поэтому  $l^2 \equiv s_1^2 \equiv l'^2$ . Как раз для этого частного случая обычно выводится преобразование Лоренца [6].

Используя связь (12, 13) величин  $x^S$  и  $t^S$  с «штрихованными» координатами, можно получить из выражений (16) для  $s_2^2$  и  $s_3^2$  формулы обратного преобразования координат из  $K^S$  в  $K$ :

$$x = \gamma^2 (x^S + c t^S \cos \theta_L) = (x^S + V t^S) / (1 - V^2/c^2), \quad (17)$$

$$ct = \gamma^2 (ct^S + x^S \cos \theta_L) = (ct^S + V x^S/c) / (1 - V^2/c^2), \quad (18)$$

Чтобы убедиться в этом, достаточно решить систему уравнений (7) и (10) относительно  $x$  и  $ct$ . Для выяснения геометрического смысла последних формул можно внести множитель  $\gamma$  в скобки (тогда сумма слагаемых в скобках равна длине перпендикуляра, проектирующего соответствующую координату).

Преобразования (7), (10) и (17), (18) получены для скорости  $V > 0$ . Очевидно, что относительно системы  $K$  возможно движение другой системы  $K^S$  (с той же ориентацией осей), но в противоположном направлении, т.е.  $V < 0$  (например, переход из  $S$ -системы в лабораторную или антилабораторную систему). В этом случае, как отмечалось, угол параллельности имеет значение  $\pi - \theta_L$ , в соответствии с которым «боковые» пучки ориентированы относительно оси  $X$  справа-налево (рис. 2б).

В силу симметрии все рассуждения, приведенные для  $V > 0$  остаются справедливыми и для  $V < 0$ . Для нахождения события ( $x^S$ ,  $t^S$ ) по заданному событию ( $x$ ,  $t$ ) удобнее в этом случае использовать способ определения координат через соответствующее проектирование. Тогда с учетом знака скорости  $V < 0$ , т.е. с учетом нового значения угла параллельности, нужно изменить знак в формулах (7), (10) и в числителях формул (17), (18) обратного преобразования.

С изменением знака скорости связывается, обычно, обратный переход в первоначальную систему. Полученные преобразования не противоречат данному положению. Действительно, систему  $K$  можно рассматривать движущейся со скоростью  $-V$ , а  $K^S$  – покоящейся. Если при этом учесть связь световых пучков со скоростями выбранных систем – «прямые» пучки с покоящейся  $K^S$ , а «боковые» пучки обратного направления с движущейся  $K$ , то с учетом изменения знака на обратный, преобразования (7), (10) снова соответствуют переходу из покоящейся в движущуюся систему, а преобразования (17), (18) – обратному переходу (с учетом изменения знака в числителях).

Таким образом, несмотря на разный вид преобразований из  $K$  в  $K^S$  и из  $K^S$  в  $K$ , любая из рассматриваемых систем может быть принята как покоящаяся, а другая – как движущаяся и наоборот. Однако, разная форма преобразований указывает на существование абсолютной системы, которую обычно связывают с некоторой неподвижной средой, называемой эфиром. Следовательно, имеем противоречие с существованием абсолютной системы, т.е. с существованием неподвижной среды-эфира.

Решение противоречия заключается в допущении существования световой среды, движущегося эфира. Действительно, для того чтобы при любом выборе координатной системы иметь возможность синхронизировать движение частицы с распространением световых потоков (фронт) нужного направления, следует допустить, что все пространство заполнено световыми потоками всевозможных направлений. Световые пучки образуют среду, или, световой «эфир», который заполняет «пустое» пространство между движущимися материальными телами. Состояние движения или покоя материального тела относительно и соответствует световому пучку, направление распространения которого совпадает с углом параллельности (через который выражается связь  $x$ -координаты и времени). Относительность состояния тела, таким образом, эквивалентна равноправности световых пучков, распространяющихся в различных направлениях с одинаковой скоростью.

Суть вопроса, очевидно, заключается в том, что особая среда-эфир, с которым связывались попытки ввести абсолютно покоящуюся систему, представлялась неподвижной средой. Отсутствие абсолютной системы свидетельствует об отсутствии покоящегося эфира, и не противоречит существ-

вованию движущейся среды. Световую среду или световой «эфир» трудно отождествить с покоящейся средой.

Таким образом, взаимосвязь пространственных координат и времени выражается через угол параллельности, который определяется функцией Лобачевского через скорость материальных тел и скорость света.

### 5. Преобразование $y$ -, $z$ - координат и инварианты

Пусть имеем событие  $(x, y, z = 0, t)$  в  $K$ -системе. Выберем «боковой» фронт, падающий на ось  $X$  в плоскости  $XY$  со стороны заданной точки  $(x, y)$  (рис. 5а). Выделим из него для рассмотрения два луча: луч, приходящий в точку  $(x, y = 0)$  на оси  $X$ , и луч, приходящий в точку  $(x, y)$  на плоскости  $XY$ .

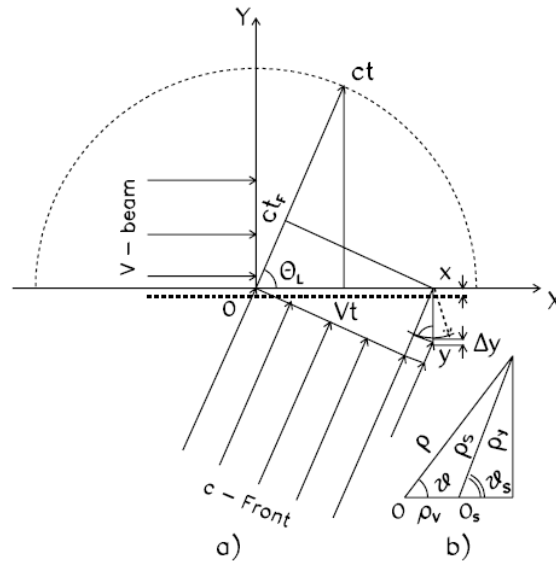


Рис. 5.а) Иллюстрация к появлению сдвига  $\Delta y$  из-за разницы хода световых лучей; б) то же событие в пространстве скоростей (в предположении, что в момент  $t$  координаты  $x$  и  $y$  есть положение частицы, движущейся со скоростью  $v$ , компоненты которой есть  $v_x = x/t$ ,  $v_y = y/t$ )

Очевидно, второй луч придет в заданную точку  $(x, y)$  первым и из этой точки, в соответствии с принципом Гюйгенса, будет распространяться вторичная полусфера. Луч этой полусферы, направленный по кратчайшему расстоянию к точке  $(x, y = 0)$  будет запаздывать относительно времени прихода «бокового» луча в ту же точку на время  $\Delta t$ , которое соответствует разности хода этих лучей:

$$c \Delta t \equiv \Delta y = y - y \sin \theta_L, \tag{19}$$

где  $y/c$ ,  $y \sin \theta_L/c$  – время распространения сравниваемых лучей до точки  $(x, y = 0)$  от момента прихода (второго) «бокового» луча в точку  $(x, y)$ . Как уже известно, с приходом «бокового» луча в точку  $(x, y = 0)$  начнется отсчет времени  $t^S$  по «движущимся» часам в этой точке и закончится в заданный момент  $t$ , когда координата  $x$  будет иметь значение  $x^S$  относительно начала  $O_s$ . Для того, чтобы начальный отсчет времени  $t^S$  был общим (т.е. одним и тем же) для  $x^S$  и для  $y$ -координаты в  $K^S$ -системе, необходимо сдвинуть начало  $K^S$  по оси  $Y$  на величину  $\Delta y$ . В этом случае координата  $y$  заданной точки относительно начала  $O_s$  будет равна  $y^S$ :

$$y^S = y - \Delta y = y \sin \theta_L = y \sqrt{1 - V^2/c^2} . \tag{20}$$

Аналогичные рассуждения для события  $(x, y = 0, z, t)$  в плоскости  $XZ$  приводят к тому же результату для  $z^S$ -координаты:

$$z^S = z - \Delta z = z \sin \theta_L = z \sqrt{1 - V^2/c^2}. \tag{21}$$

Обратное преобразование из  $K^S$  в  $K$  поперечных координат очевидно:

$$y = y^S / \sin \theta_L = y^S / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad z = z^S / \sin \theta_L = z^S / \sqrt{1 - V^2/c^2}. \tag{22}$$

С учетом последних формул выражение для интервала (15) (неинвариантного) принимает вид:

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = y^2 (c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2). \quad (23)$$

Таким образом, каждому событию  $(x, y, z, t)$  в  $K$ -системе существует «параллельное» событие  $(x^S, y^S, z^S, t^S)$  в  $K^S$ -системе, которая параллельно смещена относительно  $K$  по всем трем осям: вдоль оси  $X$  – по причине ее движения с заданной скоростью  $V$ , а по осям  $Y, Z$  – в силу требования общего начального отсчета времени по всем трем осям. Сдвиг по времени обусловлен запаздыванием начального отсчета «движущихся» часов относительно покоящихся. Два набора координат связаны соотношением (23). Очевидно, что новое преобразование координат приводит к тому же закону сложения скоростей, как и преобразование Лоренца.

Известно, что при добавлении бесконечно удаленных элементов (точек, прямых) евклидову плоскость можно рассматривать как проективную. Поэтому каждый проективный факт можно интерпретировать на плоскости Евклида, если мыслить ее дополненной бесконечно удаленной прямой [7]. Фундаментальным понятием проективной геометрии является понятие проективного отображения, которое рассматривается как обобщение центрального проектирования. Точку  $O'$  на рис. 4а можно рассматривать как центр проектирования, а ось  $X$  и луч  $ct$  как проективные прямые. Тогда точки  $x$  и  $ct$  на этих прямых можно рассматривать как проективные координаты. Проективные отображения устанавливают взаимно однозначное соответствие между элементами двух многообразий (одно, двух и трех измерений) и, в частности, между точками двух проективных прямых. Основным инвариантом проективных отображений является сложное отношение четырех точек (элементов) многообразий [7]:

$$(x_1 x_2 x_3 x_4) = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_3} \cdot \frac{x_4 - x_1}{x_2 - x_4} = \frac{ct_3 - ct_1}{ct_2 - ct_3} \cdot \frac{ct_4 - ct_1}{ct_2 - ct_4} = (t_1 t_2 t_3 t_4). \quad (24)$$

Величина сложного отношения не зависит от выбора координатной системы и определяется исключительно расположением выбранных точек [7]. Согласно основной теореме проективной геометрии (теореме Штаудта), проективное соответствие между двумя прямыми определяется заданием трех пар соответствующих точек. В этом случае для любого заданного  $x_i$  из (24) можно определить соответствующее  $t_i$  и наоборот. Рассмотрим два простых случая.

1. Заданы три события:  $(x_1 = 0, t_1 = 0)$ ,  $(x_2 = Vt, t_2 = t)$ ,  $(x_4 = \infty, t_4 = \infty)$ . Тогда (24) есть [6]

$$(x_1 x_2 x_3 \infty) = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_3} := \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_3} := (t_1 t_2 t_3 \infty) \quad (25)$$

и для любого  $x_3$  (или  $t_3$ ) соответствующее  $t_3$  (или  $x_3$ ) есть:

$$t_3 = x_3 t_2 / x_2 = x_3 / V, \quad x_3 = Vt_3. \quad (26)$$

Этот результат соответствует проекции оси  $X$  на луч  $ct$  (и наоборот) под прямым углом из центра, расположенного на бесконечности, аналогично «прямым» пучкам для  $K$ -системы.

2. Заданы три события:  $(x_1 = 0, t_1 = 0)$ ,  $(x_2 = x, t_2 = x \cos \theta_L / c)$ ,  $(x_4 = \infty, t_4 = \infty)$ . Таким же образом находим:

$$t_3 = x_3 \cos \theta_L / c, \quad x_3 = ct_3 / \cos \theta_L. \quad (27)$$

Этот результат соответствует проекциям прямых из центра на бесконечности под углом, отличающегося на  $\pi/2$  от направления «бокового» пучка для  $K^S$ -системы.

Сравнивая (7), (10) и (26), (27), можно заметить, что проективные отображения позволяют определить значения сдвигов в координатных преобразованиях. Другие случаи требуют дальнейших исследований.

Соотношение (24) запишем в виде:

$$\frac{x_1 x_2 x_3 x_4}{t_1 t_2 t_3 t_4} = \frac{\beta_{x31}}{\beta_{x23}} \cdot \frac{\beta_{x41}}{\beta_{x24}} = 1, \quad \beta_{xik} = \frac{x_i - x_k}{c(t_i - t_k)}, \quad (28)$$

и если для каждой пары соответствующих точек (событий)  $(x_i, t_i)$  в (28) подставим их выражения через координаты движущейся системы (17), (18), то получим:

$$\beta_{xik} = \frac{\beta'_{xik} + V/c}{1 + \beta'_{xik} V/c}, \quad \beta'_{xik} = \frac{x_i^S - x_k^S}{c(t_i^S - t_k^S)}. \quad (29)$$

Если в выражение (28) вместо  $x$ -координат точек подставить  $y$ - и  $z$ - координаты, то таким же образом, используя еще (22), можно найти аналогичные соотношения для данных координат выбранных точек:

$$\beta_{yik} = \frac{y_i - y_k}{c(t_i - t_k)} = \frac{\beta'_{yik} \sqrt{(1 - V^2/c^2)}}{1 + \beta'_{yik} V/c}, \quad \beta'_{yik} = \frac{y_i^S - y_k^S}{c(t_i^S - t_k^S)}, \quad (30)$$

$$\beta_{zik} = \frac{z_i - z_k}{c(t_i - t_k)} = \frac{\beta'_{zik} \sqrt{(1 - V^2/c^2)}}{1 + \beta'_{zik} V/c}, \quad \beta'_{zik} = \frac{z_i^S - z_k^S}{c(t_i^S - t_k^S)}. \quad (31)$$

Полученные соотношения известны как релятивистский закон сложения скоростей.

Таким образом, вместо интервала (23) существует известный инвариант (24), согласно которому соответствие между пространственными координатами и временем устанавливается при условии задания трех событий. Используемый неинвариантный интервал (23), определяется парой событий, очевидно, этому условию не удовлетворяет.

## 6. Релятивистские эффекты и волновое уравнение

Пусть имеем два события  $(x_1, t_1)$  и  $(x_2, t_2)$  в  $K$ -системе и соответствующие им события  $(x_1^S, t_1^S)$  и  $(x_2^S, t_2^S)$  в  $K^S$ -системе (напомним, что каждому событию в  $K$  соответствует своя  $K^S$ ). На основе новых преобразований (см. (7) и (10),  $V > 0$ ) можно получить для смещенных координат:

$$\Delta x^S = \Delta x - c \Delta t \cos \theta_L, \quad c \Delta t^S = c \Delta t - \Delta x \cos \theta_L, \quad (32)$$

и для несмещенных координат:

$$\Delta x = \gamma^2 (\Delta x^S + c \Delta t^S \cos \theta_L), \quad c \Delta t = \gamma^2 (c \Delta t^S + \Delta x^S \cos \theta_L), \quad (33)$$

где  $\Delta x^S = x_2^S - x_1^S$ ,  $\Delta t^S = t_2^S - t_1^S$  и  $\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Напомним также связь штрихованных и смещенных величин (12, 13):

$$\Delta x' = \gamma \Delta x^S, \quad c \Delta t' = \gamma c \Delta t^S. \quad (34)$$

В уравнениях (32-33) и (34) содержатся известные, так называемые релятивистские эффекты, вытекающие из координатных преобразований и соответствующих определений.

Пусть  $\Delta x$  – длина покоящегося стержня, т.е.  $x_1$  и  $x_2$  – координаты его концов в системе  $K$ . В движущейся  $K^S$ -системе длиной стержня называют разность координат его концов  $\Delta x^S$ , найденных в один и тот же момент времени  $t^S = 0$  (по определению). Согласно этому определению из первой формулы (33) (и используя (34) для штрихованных величин) следует, что длина стержня в  $K^S$  короче, чем длина, выраженная через штрихованные координаты:

$$\Delta x = \gamma^2 \Delta x^S = \gamma \Delta x'. \quad (35)$$

Но, как видно из второй формулы (32), условие  $\Delta t^S = 0$ , вытекающее из определения длины, приводит к следующему:

$$c \Delta t = \Delta x \cos \theta_L \equiv c \Delta t_F, \quad (36)$$

т.е.  $\Delta t \neq 0, t_1 \neq t_2$  ( $\Delta t_F$  – разность времени задержки в  $x_1$  и  $x_2$ ). Это значит, что движущаяся система  $K^S$ , находясь в двух разных точках  $Vt_1$  и  $Vt_2$  (относительно которых концы стержня имеют координаты  $x_1^S$  и  $x_2^S$ ) имеет одинаковые показания часов  $t_1^S = t_2^S$ , «установленных» на концах стержня (рис. 6а). Следовательно, координаты  $x_1^S$  и  $x_2^S$  измерены из двух смещенных положений системы  $K^S$ , что и приводит к укорочению длины стержня.

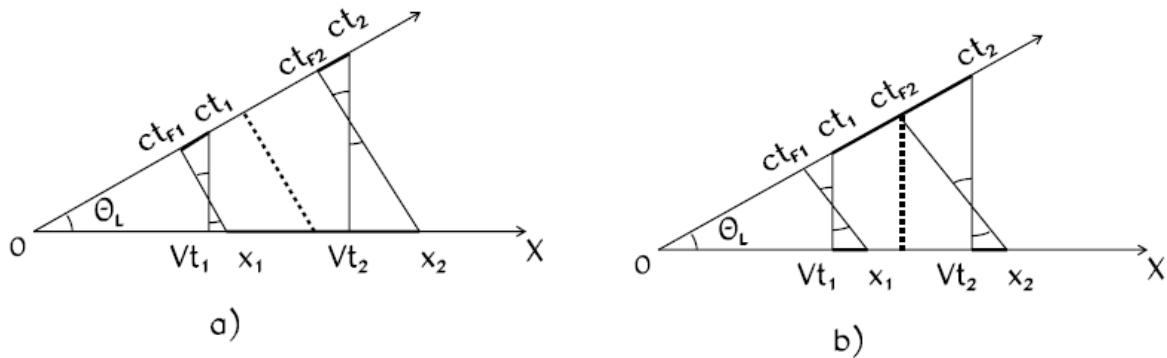


Рис. 6. Иллюстрация к сокращению длины и времени: а) два одновременных события  $\Delta t^S = 0$  в движущейся системе; б) два события в одном и том же месте  $\Delta x^S = 0$  в движущейся системе

Условие одновременности  $\Delta t^S = 0$ , требуемое для измерения длины стержня в  $K^S$  и приводящее к (36), является также и выражением волнового характера распространения вдоль оси  $X$  начального отсчета времени со скоростью  $v_F$  (см.(11)). Волновой характер движения некоторого возмущения проявляется в том, что значение функции  $\Psi = \Psi(x, t)$ , изображающей это возмущение в некоторой точке  $(x, t)$ , повторяется в более удаленной точке  $(x + dx, t + dt)$  [8]. Если время  $t^S$  (см. (7)) принять как аргумент функции  $\Psi(t - xV/c^2)$ , то значение функции  $\Psi$  повторится при условии:

$$t - xV/c^2 = (t + \Delta t) - (x + \Delta x) V/c^2 \rightarrow c \Delta t = \Delta x \cos \theta_L \rightarrow \Delta x / \Delta t = c / \cos \theta_L = c / \beta \equiv v_F, \quad (37)$$

а именно, возмущение – сигнал, который в данном случае есть начальный момент возбуждения полусферы, распространяется с конечной скоростью  $v_F > c$ . Выбранный аргумент функции  $\Psi$  приводит [8] к дифференциальному уравнению, описывающему это волновое движение, в виде:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}. \quad (38)$$

При  $\beta = 1$  (или  $v_F = c$ ) оно совпадает с известным уравнением для света и  $\Psi = \Psi(t \pm x/c)$ . При  $\beta = 0$  (или  $v_F = \infty$ , когда «боковой» фронт совпадает с «прямым» пучком) функция  $\Psi$  не зависит от  $x$  и начальный отсчет времени одинаков для всех точек оси  $X$  (ньютоновское время):  $\Psi = \Psi(t)$ . (Отметим, что полученное таким образом выражение для сверхсветовой скорости  $v_F$  (см. (37) и (11)) совпадает с выражением, полученным в работе И.М. Франка 1942 года [9], при изучении Доплер-эффекта в анизотропных средах при показателе преломления  $n = 1$ ).

Из первого уравнения (32) видно, что длина стержня одинаковая  $\Delta x^S = \Delta x$  для обеих систем, если измерять два события  $(x_1, t)$  и  $(x_2, t)$  в  $K$ -системе при  $\Delta t = 0$ . В этом случае измерение координат  $x_1^S$  и  $x_2^S$  в  $K^S$ -системе производится в разные моменты времени  $t_1^S$  и  $t_2^S$ , но из одного положения  $Vt$  системы  $K_S$ . Можно выбрать  $t_1^S = -t_2^S$ , для которых  $ct = (x_1 + \Delta x/2) \cos \theta_L$ . Данный момент времени  $t$  соответствует проекции средней точки стержня на луч  $ct$  (пунктирная линия на рис. 6а).

Рассмотрим в  $K^S$  два события в одном и том же месте  $\Delta x^S = 0$  и различающихся интервалом времени  $\Delta t^S = t_2^S - t_1^S$ . Тогда длительность интервала времени в  $K$ -системе следует из второй формулы (33):

$$\Delta t = \gamma^2 \Delta t^S = \gamma \Delta t', \quad (39)$$

т.е. длительность интервала времени в  $K^S$  меньше, чем длительность, выраженная через штрихованные координаты. Но, как это видно из первой формулы (32), условие  $\Delta x^S = 0$  приводит к тому, что  $\Delta x = c \Delta t \cos \theta_L = V \Delta t$ , т.е.  $\Delta x \neq 0, x_1 \neq x_2$  в  $K$ -системе. Это значит, что движущаяся система  $K^S$ , проходит через две разные точки  $Vt_1$  и  $Vt_2$ , относительно которых точки  $x_1$  и  $x_2$  имеют одну и ту же координату  $x_1^S = x_2^S$  (рис. 6б). Следовательно, моменты времени  $t_1^S$  и  $t_2^S$  измерены из двух смещенных

положений системы  $K^S$  с величиной смещения  $\Delta x = V \Delta t$ . Как видно из (36), разность времени задержки в этом случае есть  $\Delta t_F = \Delta t \cos^2 \theta_L$ , поэтому длительность в  $K^S$  есть  $\Delta t^S = \Delta t - \Delta t_F$ , что совпадает с (39).

Из второго уравнения (32) видно, что длительность времени одинаковая  $\Delta t^S = \Delta t$  для обеих систем, если измерять два события  $(x, t_1)$  и  $(x, t_2)$  в  $K$ -системе при  $\Delta x = 0$ . Тогда измерение моментов времени  $t_1^S$  и  $t_2^S$  производится также из двух положений системы  $K^S$ , относительно которых точка  $x$  имеет координаты  $x_1^S$  и  $x_2^S$ , но разность времени задержки в этом случае есть  $\Delta t_F = 0$ . Можно выбрать  $x_1^S = -x_2^S$ , для которых  $x = V(t_1 + \Delta t/2) = c(t_1 + \Delta t/2) \cos \theta_L$ . Эта точка  $x$  соответствует проекции средней точки интервала с  $\Delta t$  на ось  $X$  (пунктирная линия на рис. 6b).

Таким образом, изменение длины стержня и временного промежутка в движущейся системе обусловлено сдвигами начала отсчета координат и времени. Представляется, что привлечение инварианта сложного отношения (24) может повлиять на результаты приведенного рассмотрения.

## 7. Лоренц-преобразование энергии-импульса

Преобразование Лоренца для 4-импульса частицы можно получить на основе релятивистского закона сложения скоростей, который, в свою очередь, можно получить не только из координатных преобразований, но, как известно, и из свойства аддитивности быстрот:

$$\rho' = \rho - \rho_0, \rho = \rho' + \rho_0, \quad (40)$$

где  $\rho'$  – быстрота частицы в движущейся системе  $K^S$ ,  $\rho$  – в покоящейся  $K$ -системе и  $\rho_0$  является быстротой, соответствующей скорости движущейся системы:  $\text{th } \rho_0 = \beta_0 = V/c$  (все быстроты в единицах  $c = 1$ ). Поэтому  $\beta' = \text{th } \rho'$  и  $\beta = \text{th } \rho$  – есть скорости частицы в  $K^S$ - и  $K$ -системах соответственно. Гиперболические тангенсы от (40) приводят к релятивистскому сложению скоростей:

$$\text{th } \rho' = (\text{th } \rho - \text{th } \rho_0) / (1 - \text{th } \rho \text{ th } \rho_0), \text{th } \rho = (\text{th } \rho' + \text{th } \rho_0) / (1 + \text{th } \rho' \text{ th } \rho_0). \quad (41)$$

Скорость  $\beta = \text{th } \rho = (m \text{ sh } \rho) / (m \text{ ch } \rho) = P/E$ , выраженная через 4-импульс частицы (где  $m$  – масса,  $P = m \text{ sh } \rho = m \beta / \sqrt{1 - \beta^2}$  – импульс,  $E = m \text{ ch } \rho = m / \sqrt{1 - \beta^2}$  – энергия) преобразуется согласно (41). Поэтому, зная тангенсы быстрот, можно найти соответствующие синусы и косинусы. Проще их найти непосредственно для (40). Для первого уравнения (40) имеем:

$$\text{sh } \rho' = \text{sh } \rho \text{ ch } \rho_0 - \text{ch } \rho \text{ sh } \rho_0, \text{ch } \rho' = \text{ch } \rho \text{ ch } \rho_0 - \text{sh } \rho \text{ sh } \rho_0. \quad (42)$$

Умножая эти соотношения на  $m$  и учитывая определение энергии-импульса, находим преобразование Лоренца для импульса и энергии:

$$P' = (P - \beta_0 E) / \sqrt{1 - \beta^2}, E' = (E - \beta_0 P) / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (43)$$

Обратное преобразование находится таким же образом из второго уравнения (40). В общем случае, когда направление скорости частицы  $\beta$  не совпадает с направлением движения системы, в (40), очевидно, следует иметь в виду ее продольные быстроты, а в (43) – продольные импульсы.

Итак, требование к скорости, выраженной через энергию и импульс частицы, следовать релятивистскому закону преобразования скоростей, может служить критерием их определения. Принятое определение энергии-импульса удовлетворяет этому критерию, поэтому преобразование Лоренца для 4-импульса является следствием закона сложения скоростей и выполняется в рамках подхода.

## Заключение

- Обнаружено, что геометрический образ параллельных Лобачевского в пространстве скоростей является результатом математического отображения процесса синхронизованного движения частицы и пучков света в евклидовом пространстве.
- Установлено, что принцип постоянства скорости света является физической основой отрицания  $V$ -го постулата в пространстве скоростей Лобачевского.
- Показано, что функция Лобачевского выражает и принцип относительности, и принцип постоянства скорости света: относительность состояния тела (покоя или движения) эквивалентна равноправности направлений распространения световых пучков.

- Обнаружено, что синхронизация движения частицы пучками света, направленными в соответствии с функцией Лобачевского, является новым методом синхронизации событий, происходящих в различных точках пространства. Сформулировано новое содержание понятий одновременности, общего времени и собственного времени.
- Получено новое преобразование координат инерциальных систем, из которого следует релятивистский закон сложения скоростей и существование световой среды – движущегося эфира.
- Показано, что начальный момент отсчета времени для движущейся системы распространяется в направлении ее движения с конечной скоростью, большей скорости света.
- Показано, что природа релятивистских эффектов заключается в сдвигах начала отсчета координат и времени для движущейся системы и, что возможны другие условия измерения, при которых эти эффекты отсутствуют.
- Показано, что преобразование Лоренца для 4-импульса частицы выполняется в рамках подхода.
- Предложены известный в проективной геометрии инвариант сложного отношения четырех точек и новое волновое уравнение движения.

Автор выражает благодарность А.П. Чеплакову и О.В. Рогачевскому за полезные обсуждения и помощь в работе.

### *Список литературы*

1. Эйнштейн А. К электродинамике движущегося тела // Сб. работ по специальной теории относительности: Принцип относительности. – М.: Атомиздат, 1973. – С. 97.
2. Черников Н.А. Геометрия Лобачевского и релятивистская механика // ЭЧАЯ. – М.: Атомиздат, 1973. – Т.4. – Вып.3. – С.733; Сообщения ОИЯИ Р2-97-27, Дубна, 1997.
3. Смородинский Я. А. Геометрия Лобачевского и кинематика Эйнштейна // Эйнштейновский сборник. – М.: Наука, 1971. – С. 272.
4. Паули В. Теория относительности. – М.: ОГИЗ, 1947. – Стр.24.
5. Fadeev N.G. The inertia system coordinate transformation based on the Lobachevsky function // Proceedings of the Int. Conf. on «New Trends in High-Energy Physics», Yalta (Crimea), September 22-29. – Kiev, 2001. – P. 282.
6. Ландау Л.Д. Теория поля. – М.: Физматлит, 1962. – С. 20.
7. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – М.: Наука, 1978. – С. 90, 107, 304, 343, 393.
8. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Гостехиздат, 1952. – С. 26.
9. Франк И.М. Эффект Допплера в преломляющей среде // Известия – АН. – 1942. – Т.6. – № 1-2. – С. 3-31.