

УДК 519.63

DOI: 10.37005/2071-9612-2020-4-10-19

АНАЛИЗ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ $^{12,14}\text{Ве}+^{12}\text{С}$ ПРИ ЭНЕРГИИ 56 МЭВ/НУКЛОН НА ОСНОВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЧЕТЫРЕХ-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЯДРО-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ

Башашин Максим Викторович¹, Ермакова Асель Ермаковна²,
Земляная Елена Валериевна³, Какенов Мейржан Бейбутханович⁴,
Лукьянов Константин Валерьевич⁵

¹Младший научный сотрудник;
Объединенный институт ядерных исследований;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6;
Старший преподаватель;
Государственный университет «Дубна»;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, д. 19;
e-mail: bashashinmv@jinr.ru.

²Студент;
Сколковский институт науки и технологий;
121205, Москва, Большой бульвар д.30, стр.1;
e-mail: allesyer@gmail.com.

³Начальник сектора;
Объединенный институт ядерных исследований;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6;
Профессор;
Государственный университет «Дубна»;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, д. 19;
e-mail: elena@jinr.ru.

⁴Инженер;
Объединенный институт ядерных исследований;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6;
e-mail: meirzhan_iz_ast@mail.ru.

⁵Старший научный сотрудник;
Объединенный институт ядерных исследований;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д. 6;
Доцент;
Государственный университет «Дубна»;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, д. 19;
e-mail: luku@jinr.ru.

Пакет компьютерных программ $\text{MPI} / \text{C}++ / \text{Fortran}$ разработан для высокопроизводительного численного анализа экспериментальных данных по упругому рассеянию ядер на ядрах в рамках микроскопической модели оптического потенциала (ОП). В разработанном комплексе программ модифицированный Fortran-код DWUCK4 для расчета физических характеристик упругого рассеяния на основе численного решения соответствующего уравнения Шредингера встроен в $\text{C}++$ оболочку, которая отвечает за процедуру ввода-вывода и сравнение численных результатов с экспериментальными данными. Параллельная реализация на основе технологии MPI позволяет эффективно вычислять наблюдаемые физические характеристики в зависимости параметров вещественной и мнимой частей микроскопического ОП в их широком диапазоне. Пакет использован для анализа экспериментальных данных по дифференциальным сечениям упругого рассеяния $^{12,14}\text{Ве}+^{12}\text{С}$.

Ключевые слова: параллельные вычисления, ядерное рассеяние, оптический потенциал, методы минимизации.

Для цитирования:

Анализ дифференциальных сечений $^{12,14}\text{Be}+^{12}\text{C}$ при энергии 56 МэВ/нуклон на основе параллельной реализации четырех–параметрической микроскопической модели ядро–ядерного рассеяния / М. В. Башашин, А. Ермекова, Е. В. Земляная, М.Б. Какенов, К. В. Лукьянов // Системный анализ в науке и образовании: сетевое научное издание. – 2020. – № 4. – С. 10–19. – URL : <http://sanse.ru/download/410>. – DOI : 10.37005/2071-9612-2020-4-10-19.

ANALYSIS OF DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS OF $^{12,14}\text{Be}+^{12}\text{C}$ WITH ENERGY OF 56 MEV / NUCLEON ON THE BASIS OF PARALLEL IMPLEMENTATION OF A FOUR-PARAMETER MICROSCOPIC NUCLEUS-NUCLEUS SCATTERING MODEL

**Bashashin Maxim¹, Yermekova Asel², Zemlyanaya Elena³, Kakenov Meirzhan⁴,
Lukyanov Konstantin⁵**

¹Junior researcher;

Joint institute for nuclear researches;

141980, Moscow reg., Dubna, 6 Joliot-Curie st.;

Senior teacher;

Dubna State University;

141980, Moscow reg., Dubna, 19 University st.;

e-mail: bashashinmv@jinr.ru.

²Student;

Skolkovo Institute of Science and Technology;

121205, Moscow, Bolshoy Boulevard 30, bld. 1;

e-mail: allessyer@gmail.com.

³Head of sector;

Joint institute for nuclear researches;

141980, Moscow reg., Dubna, 6 Joliot-Curie st.;

Professor;

Dubna State University;

141980, Moscow reg., Dubna, 19 University st.;

e-mail: elena@jinr.ru.

⁴Engineer;

Joint institute for nuclear researches;

141980, Moscow reg., Dubna, 6 Joliot-Curie st.;

e-mail: meirzhan_iz_ast@mail.ru.

⁵Senior researcher;

Joint institute for nuclear researches;

141980, Moscow reg., Dubna, 6 Joliot-Curie st.;

Docent;

Dubna State University;

141980, Moscow reg., Dubna, 19 University st.;

e-mail: luky@jinr.ru.

The MPI/C++ /Fortran package of computer codes has been developed for high-performance numerical analysis of experimental data on elastic nucleus-nucleus scattering within a microscopic model of optical potential. In the package, a modified DWUCK4 Fortran-code for calculating the physical characteristics of elastic scattering based on a numerical solution of the corresponding Schrödinger equation has been incorporated into the C++ framework, which is responsible for the input-output procedure and a comparison of numerical results with experimental data. MPI-based parallelism allows efficient calculations of the observables depending on a wide range of parameters of real and imaginary parts of the microscopic OP. The package has been used to analyze experimental data on differential cross sections of the $^{12,14}\text{Be}+^{12}\text{C}$ elastic scattering.

Keywords: parallel computing, nuclear scattering, optical potential, minimization methods.

For citation:

Bashashin M.V., Yermekova A., Zemlyanaya E. V., Kakenov M.B., Lukyanov K.V. Analysis of differential cross sections of $^{12,14}\text{Be}+^{12}\text{C}$ with energy of 56 mev / nucleon on the basis of parallel implementation of a four-parameter microscopic nucleus-nucleus scattering model. System Analysis in Science and Education, 2020;(4):10–19(In Russ). Available from: <http://sanse.ru/download/410>. DOI: 10.37005/2071-9612-2020-4-10-19.

Введение

Интенсивное развитие высокопроизводительных вычислительных систем с параллельной и гибридной архитектурой приводит к необходимости пересмотра традиционных оценок эффективности различных алгоритмов численного решения типовых задач вычислительной математики, разработанных, как правило, с ориентацией на «классические» вычислительные системы с последовательным выполнением операций.

Одним из примеров является задача подгонки параметров какой-либо математической модели с минимизацией отклонения получаемых в рамках этой модели расчетных характеристик от имеющихся экспериментальных данных. Подобные задачи возникают в различных областях научных исследований, и традиционными рецептами здесь являются методы глобальной и локальной минимизации. К преимуществам методов локальной минимизации относится сходимость за малое число итераций, к недостаткам – невысокий потенциал параллелизма и вероятность «скатывания» в локальный минимум, для исключения которого требуются массовые расчеты с разными начальными приближениями. Методы глобальной минимизации характеризуются продолжительным временем вычислений, что в значительной мере может компенсироваться за счет эффективной параллельной реализации.

С точки зрения возможностей параллельных вычислений на современных многопроцессорных и многоядерных кластерах вполне конкурентоспособными представляются методы, основанные на прямом переборе значений подгоняемых параметров с заданным шагом в заданных границах изменения. Подобные алгоритмы легко реализуются и эффективно распараллеливаются. Еще одним существенным плюсом такого подхода по сравнению с традиционной локальной и глобальной минимизацией является следующее обстоятельство: зачастую рассматриваемая математическая модель описывается достаточно сложными системами уравнений, требующими поэтапного применения различных численных методов и программных модулей, что делает программную реализацию расчета минимизируемой (целевой) функции громоздкой и тем самым создает трудности для ее «встраивания» в известные алгоритмы минимизации. При расчетах на основе прямого перебора подобных проблем не возникает.

Так, в работе [1], механизм прямого перебора применен для оптимизации характеристик источника тепловых процессов в криогенной ячейке импульсной инжекции. Подобный подход использован также для поиска значений гауссовского параметра, обеспечивающего согласие расчетных и экспериментальных характеристик динамики формирования гидратированных состояний электрона (см., например, [2]).

В настоящей работе подход на основе прямого перебора применен для анализа экспериментальных данных рассеяния экзотических изотопов бериллия на углеродной мишени в рамках четырех-параметрической модели, основанной на микроскопических моделях расчета ядро-ядерных оптических потенциалов (ОП) и численном решении соответствующего уравнения Шредингера, описывающего процесс ядро-ядерного рассеяния. В работе кратко описаны особенности теоретической модели и программной реализации в виде комбинированного *Fortran/C++/MPI/OpenMP* комплекса программ. Приводятся результаты расчетов дифференциальных сечений $^{12,14}\text{Be}+^{12}\text{C}$ при энергии 56 МэВ/нуклон и обсуждается эффект параллельной реализации фитирования параметров модели на основе их прямого перебора.

1. Описание модели

Наблюдаемые характеристики процесса ядро-ядерного рассеяния выражаются через волновые функции трехмерного уравнения Шредингера, описывающего движение налетающего ядра, движущегося с кинетической энергией E в поле потенциала U , создаваемого ядром-мишенью:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + (E - U) \Psi = 0, \quad U = U_C + U_N, \quad U_N = N_R V_{DF} + i N_I W^H. \quad (1)$$

Здесь $m = m_0 \frac{A_p A_t}{A_p + A_t}$ – приведенная масса сталкивающихся налетающего ядра и ядра-мишени с атомными массами соответственно A_p и A_t , m_0 – масса нуклона, Ψ – волновая функция относительного движения ядер, \hbar – постоянная Планка, U_C кулоновский потенциал, U_N – ядерный потенциал.

В данной работе расчет сечений упругого ядро-ядерного рассеяния проводился на основе фортран-программы *DWUCK4* [3], реализующей численное решение уравнения (1) с использованием разложения волновых функций по сферическим гармоникам.

Для расчета ядро-ядерного оптического потенциала (ОП) использована предложенная в [4] гибридная модель, основной идеей которой является расчет вещественной части V^{DF} комплексного ОП в рамках микроскопической модели двойного фолдинга (МДФ), в то время как мнимая часть W^H рассчитывается в высокоэнергетическом приближении (ВЭП).

Таким образом, гибридная форма микроскопического потенциала имеет вид:

$$U(r) = N_R V^{DF}(r) + i N_I W^H(r), \quad (2)$$

где N_R и N_I являются нормировочными коэффициентами глубины соответственно вещественной и мнимой части оптического потенциала, которые определяются из экспериментальных данных. Сочетание моделей МДФ для вещественной части V^{DF} и ВЭП для мнимой части W^H позволяет строить теоретически обоснованный комплексный ОП, не имеющий феноменологических параметров, «отвечающих» за его форму.

Итерационный метод и программа расчета МДФ-потенциала описаны в работе [5]. Программа расчета МДФ-потенциала *DFM-POT* доступна через библиотеку электронных программ ОИЯИ *JINRLIB* [4]. Также в 2019 в *JINRLIB* размещены параллельные версии этой программы на основе технологий *MPI* и *OpenMP* (пакет *DFM-POTM*).

Для расчета мнимой части ОП используется явная форма, полученная в работе [4] в рамках ВЭП. Комплексный ВЭП-потенциал имеет вид:

$$U_{opt}^H = V^H + i W^H, \quad (3)$$

где

$$V^H(r) = -\frac{\hbar v}{(2\pi)^2} \bar{\sigma}_{NN} \bar{\alpha}_{NN} \int_0^\infty \rho_1(q) \rho_2(q) f_N(q) j_0(qr) q^2 dq,$$

$$W^H(r) = -\frac{\hbar v}{(2\pi)^2} \bar{\sigma}_{NN} \int_0^\infty \rho_1(q) \rho_2(q) f_N(q) j_0(qr) q^2 dq,$$

$\rho(q)$ – формфактор плотности точечных нуклонов ядра; $f_N(q)$ – амплитуда нуклон-нуклонного (NN) рассеяния в зависимости от переданного импульса q . Величины $\bar{\sigma}_{NN}$ и $\bar{\alpha}_{NN}$ есть усреднённые по изо-спинам сталкивающихся ядер полное сечение NN -рассеяния и отношение действительной к мнимой части амплитуды NN -рассеяния. В гибридной форме ОП, определяемой выражением (2), используется только выражение для мнимой части W^H .

Задача ВЭП-расчета сечений ядро-ядерного рассеяния и расчета микроскопического ВЭП-потенциала реализована в комплексе программ НЕА библиотеки электронных программ ОИЯИ *JINRLIB* [7].

2. Программная реализация

Разработанный комбинированный комплекс программ объединяет модули, написанные на языках *Fortran* и *C++* с использованием технологий распараллеливания *OpenMP* и *MPI*. Комплекс включает независимые модули для построения МДФ- и ВЭП-потенциалов, для расчета с их использованием дифференциальных сечений упругого ядро-ядерного рассеяния и для вычисления отклонения рассчитанных сечений от известных экспериментальных данных. Первоначальная программная реализация без использования параллелизма разработана в [8].

Мнимый потенциал в ВЭП-приближении рассчитывается при помощи фортран-процедуры, основанной на модификации программы *HEA-POT* из пакета *HEA*, представленного в открытом доступе в библиотеке программ *JINRLIB* [5]. Программа *HEA-POT* предназначена для расчета ядро-ядерного потенциала, а также для расчета полных сечений реакций и эйкональной фазы в рамках ВЭП. Методы расчета детально изложены в работах [9-13].

Процедура, рассчитывающая вещественную часть ядро-ядерного ОП двойного фолдинга, представляет собой модификацию программы *DFM-POT* построения МДФ-потенциала, написанной на языке *C++* и представленной в открытом доступе в библиотеке программ *JINRLIB* [14]. Использована параллельная версия этой программы на основе технологии *OpenMP* [15].

Входными параметрами для процедур расчета потенциалов являются: атомная масса и энергия сталкивающихся ядер, интервал и шаг численного интегрирования. Кроме того, для каждого участвующего в реакции ядра задается функция распределения плотности ядерной материи.

Для расчета дифференциального сечения ядро-ядерного рассеяния был использован пакет *DWUCK4* [3], преобразованный для того, чтобы объединить его с остальными модулями в едином комплексе.

Основная программа, представляющая собой «оболочку», объединяющую вышеперечисленные модули в единый комплекс, написана на языке *C++* с использованием технологии параллельного программирования *MPI*. В этой программе производится ввод данных, вызов расчетных процедур, а также осуществляется вычисление невязки между расчетным и экспериментальными точками и сохранение результатов.

Значение невязки χ^2 , характеризующей отклонение теоретических значений от экспериментальных данных, рассчитывается по формуле:

$$\chi^2 = \sum (y_i - f_i(x))^2 / \varepsilon_i^2. \quad (4)$$

Здесь y_i – теоретические значения сечений, $f_i(x)$ – экспериментальные значения сечений, ε_i – значение случайных ошибок экспериментальных данных.

Расчеты проводились на гетерогенной платформе «*HybriLIT*» в составе Многофункционального информационно-вычислительного комплекса (МИВК), Лаборатории информационных технологий ОИЯИ, г. Дубна.

3. Постановка задачи

В работе [16] был проведен микроскопический анализ рассеяния нейтроноизбыточных изотопов бериллия $^{12,14}\text{Be}$ на ядре углерода ^{12}C при энергии около 56 МэВ/нуклон, в которой для построения ОП использовались три модели плотности экзотических ядер ^{12}Be и ^{14}Be . Две из них рассчитаны на основе независимых теоретических моделей, в то время как третья плотность является феноменологической и имеет форму симметризованной ферми-функции (*SF*), зависящей от параметров диффузности a и радиуса ядра R :

$$\rho_{SF}(r) = \rho_0 \frac{\sinh(R/a)}{\cosh(R/a) + \cosh(r/a)}, \quad (5)$$

где

$$\rho_0 = \frac{A}{(4\pi R^3/3)} \left[1 + \left(\frac{\pi a}{R} \right)^2 \right]^{-1}.$$

В вышеуказанной статье [16] использовались параметры SF -плотности, полученные в работе [17], а именно: для ^{12}Be диффузность $a = 0.67$ фм и радиус $R = 1.37$ фм, для ^{14}Be диффузность $a = 0.84$ фм и радиус $R = 0.99$ фм. Все тестированные в [16] плотности обеспечивали примерно одинаковое согласие с экспериментальными данными из [18]. При этом наблюдалось заметное расхождение с экспериментальными данными в области малых углов, избавиться от которого в работе [16] удалось только за счет учета в расчетах неупругого канала (квазиупругое рассеяние).

Поскольку параметры SF -плотности (5) в работе [17] были получены на основе подгонки рассчитанных по теории Глаубера [19] теоретических кривых к экспериментальным данным по рассеянию $^{12;14}\text{Be}$ на протонах при релятивистской энергии порядка 700 МэВ, вопрос о корректности их применения к случаю рассеяния $^{12;14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ при существенно более низких энергиях остался открытым. В этой связи интересным представляется исследование возможности объяснения экспериментальных данных из [18] на основе использованного в [16] подхода с подгонкой четырех параметров, а именно: диффузности a и радиуса R SF -плотности изотопов бериллия и параметров N_R , N_I , «отвечающих» за глубину соответственно вещественного и мнимого потенциалов.

4. Параллельная реализация

Для определения значений вышеуказанных четырех параметров, обеспечивающих наилучшее согласие с экспериментальными данными, использовался метод прямого перебора. Программная реализация этого подхода представляет четыре вложенных цикла, где каждый из параметров a , R , N_R , N_I «пробегает» значения в заданном интервале с некоторым шагом. Для каждого набора параметров вычисляется невязка по формуле (4) и на этой основе выбирается вариант, отвечающий наименьшему значению χ^2 .

Очевидно, что такой вычислительный процесс легко подвергается распараллеливанию, поскольку расчеты для каждого набора подгоняемых параметров являются информационно независимыми друг от друга. Параллельная реализация выполнена с использованием технологии *MPI*.

Параллельное распределение вычислений осуществлялось по внешнему циклу. Итерации внешнего цикла по параметру диффузности распределены блоками между параллельными *MPI*-процессами. Каждый *MPI*-процесс для назначенных ему значений параметра диффузности выполнял вычисления, соответствующие трем вложенным циклам, в последовательном режиме.

Для расчета вещественного потенциала – наиболее сложного блока, требующего существенных затрат компьютерного времени, – реализовано дополнительное «внутреннее» распараллеливание с помощью технологии *OpenMP*. Оптимальное число нитей, действующих внутри одного вычислительного ядра, было вычислено экспериментальным путем и составило три нити на ядро.

Поскольку взаимодействие между параллельными процессами требуется лишь на этапе формирования окончательного результата по выбору наилучшего набора параметров, можно ожидать, что параллельная реализация окажется эффективной и масштабируемой, т.е. время счета будет уменьшаться с ростом количества задействованных параллельных узлов.

Тестирование производительности разработанного программного комплекса проводилось со следующими значениями параметров:

$$a_{\min} = 0.5, a_{\max} = 0.7, a_{\text{step}} = 0.001;$$

$$R_{\min} = 1.05, R_{\max} = 1.15, R_{\text{step}} = 0.001;$$

$$NR_{\min} = -0.8, NR_{\max} = -0.5, NR_{\text{step}} = 0.01;$$

$$NI_{\min} = -0.7, NI_{\max} = -0.3, NI_{\text{step}} = 0.01.$$

Результаты тестирования представлены на рис. 1. Отметим, что используемые вычислительные ресурсы имеют ограничение по времени расчета. В этой связи для случая одного процесса представлено оценочное время расчета.

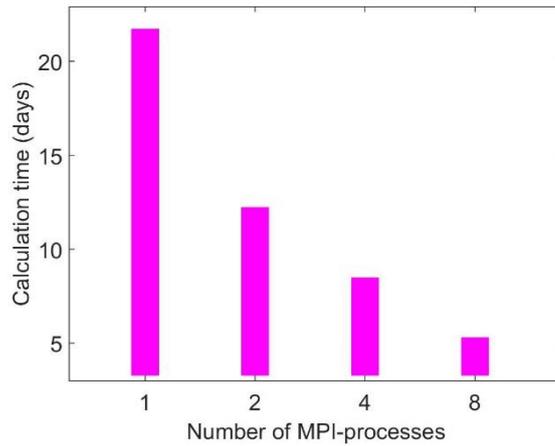


Рис. 1. Время работы программы с тестовой конфигурацией параметров в зависимости от количества параллельных MPI-процессов

5. Численные результаты

Для исследования возможности улучшения согласия с экспериментальными данными в рамках четырех-параметрической модели, с использованием разработанного комплекса программ были проведены расчеты дифференциальных сечений упругого для рассеяния $^{12,14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ при энергиях 56 МэВ/нуклон с подгонкой совокупно параметров SF -плотности a и R и параметров, нормирующих глубину мнимого и вещественного потенциалов N_R и N_I . Результат расчета показан на рис. 2 и 3. Сплошной линией на этих рисунках представлено отношение дифференциальных сечений к сечению Резерфорда $d\sigma/d\sigma_R$ в сравнении с экспериментальными данными из [16]. Для сравнения на рис. 2, 3 штриховой линией показаны кривые, соответствующие расчету из [16] с параметрами $N_R = 0.767$, $N_I = 0.593$, $R = 1.37$ фм, $a = 0.67$ фм для случая $^{12}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ и с параметрами $N_R = 0.913$, $N_I = 1.31$, $R = 0.99$ фм и $a = 0.84$ для $^{14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$.

Полученные в результате 4-параметрической подгонки значения параметров и соответствующие значения невязки даны в табл.1 в сравнении со значениями из работы [16]. В качестве плотности ядра мишени ^{12}C в расчетах использовалась форма (5). Значения радиуса и диффузности $R = 2.275$ фм и $a = 0.393$ фм взяты из [20].

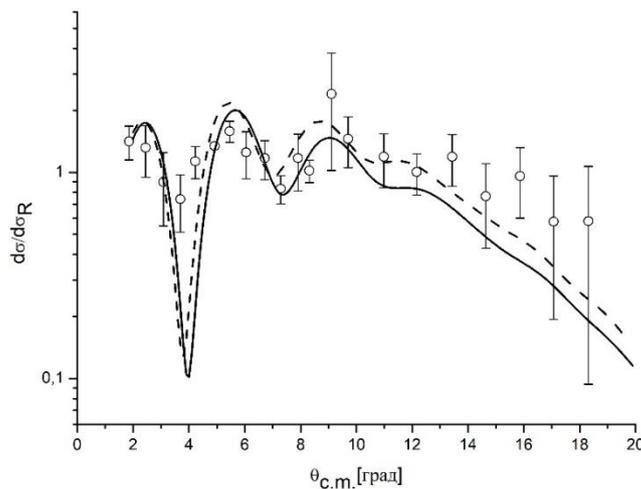


Рис. 2. Упругое рассеяние $^{12}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ при энергии 679 МэВ: дифференциальное сечение в отношении к резерфордскому с параметрами из [16] $N_R = 0.767$, $N_I = 0.593$, $R = 1.37$ фм, $a = 0.67$ фм (штриховая кривая) и с параметрами, полученными в результате 4-параметрической подгонки $N_R = 0.7$, $N_I = 0.6$, $R = 1.1$ фм и $a = 0.63$ фм (сплошная кривая)

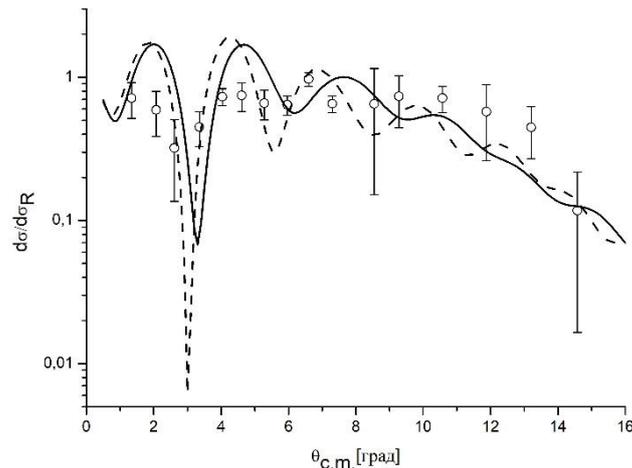


Рис. 3. Упругое рассеяние $^{14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ при энергии 796 МэВ: дифференциальное сечение в отношении к резерфордскому с параметрами из [16] $N_R = 0.913$, $N_I = 1.3$, $R = 0.99$ фм и $a = 0.84$ фм (штриховая кривая) и с параметрами, полученными в результате 4-параметрической подгонки $N_R = 0.61$, $N_I = 0.6$, $R = 0.81$ фм и $a = 0.85$ фм (сплошная кривая)

Как видно из рис. 2, 3 и табл.1, 4-параметрическая подгонка улучшает согласие с экспериментальными данными – величина χ^2 уменьшается в два раза по сравнению с расчетом из [16]. При этом на рис. 2 визуально сплошная и штриховая кривые отличаются незначительно, в то время как на рис. 3 глубина первого минимума при 4-параметрической подгонке (сплошная кривая) заметно уменьшается и сближается с экспериментальными точками.

Таблица 1. Значения параметров подгонки и значения χ^2 для $^{12,14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$

	χ^2	a	R	N_R	N_I
$^{12}\text{Be} + ^{12}\text{C}$					
Работа [16]	4.53849	0.67	1.37	0.767	0.593
4-параметрическая подгонка	2.00687	0.63	1.1	0.7	0.6
$^{14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$					
Работа [16]	11.7744	0.84	0.99	0.913	1.31
4-параметрическая подгонка	5.44488	0.85	0.81	0.61	0.6

Заключение

Цель расчета в данной работе состояла в выявлении влияния варьируемых параметров оптического потенциала на согласие экспериментальных и расчетных данных рассеяния $^{12,14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ при энергии 56 МэВ/нуклон. Результаты численного исследования показали, что за счет варьирования параметров плотности ядер ^{12}Be и ^{14}Be можно добиться улучшения согласия с соответствующими экспериментальными данными. Тем не менее, остается заметное расхождение расчетных и экспериментальных сечений в области первого минимума. Таким образом, подтверждается необходимость, при объяснении экспериментальных данных из [18], учета процессов, происходящих в неупругих каналах, как это сделано в работе [16].

Что касается метода фитирования – можно констатировать что применение перебора в данном численном исследовании оправдало себя, поскольку позволило избежать «встраивания» довольно громоздкого комбинированного комплекса программ в какую-либо процедуру минимизации в качестве целевой функции. схему. При этом на основе тестовых расчетов подтверждена эффективность параллельной реализации.

Отметим, что интересной задачей является практическое сравнение на примере данной задачи эффективности прямого перебора и глобальной минимизации, включая параллельную реализацию этих подходов. Данное направление является предметом дальнейших исследований.

Список литературы

1. Solving the Optimization Problem for Designing a Pulse Cryogenic Cell/ A. S. Ayriyan, J. Buša Jr., H. Grigorian, E. E. Donets // *Physics of Particles and Nuclei Letters*. – 2019. – Vol. 16. – №. 3. – Pp. 300–309.
2. Numerical study of formation of hydrated electron states / E.V. Zemlyanaya, A.V. Volokhova, V.D. Lakhno, M.V. Bashashin, I.V. Amirkhanov, I.V. Puzynin, T.P. Puzynina, P.Kh. Atanasova // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – Vol. 2025 – 110008.
3. P. D. Kunz and E. Rost, in *Computational Nuclear Physics*, edited by K. Langanke et al. // Springer-Verlag, Berlin, – 1993. – Vol. 2. – Pp. 88–107.
4. Лукьянов, В. К. Ядро–ядерное рассеяние и оптический потенциал фолдинга / В. К. Лукьянов, Е. В. Земляная, К. В. Лукьянов. // *Ядерная физика*. – 2006. – Т. 69. – Вып. 2. – С. 262–275.
5. Лукьянов, К. В. Модель ядро-ядерного потенциала двойного фолдинга: основные формулы, итерационный метод и программа вычисления. – P11-2007-38, Дубна, 2007.
6. Объединенный институт ядерных исследований : Библиотека программ jinrlib. – URL : <https://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/main.php>.
7. Земляная, Е. В. HEA – программы расчета сечений и потенциалов ядро-ядерных взаимодействий в рамках высокоэнергетического приближения/ Е. В. Земляная // Объединенный институт ядерных исследований : Библиотека программ jinrlib. – URL : <http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/hea/index.html>.
8. Ермакова, А. Е. Расчёт дифференциального сечения ядро–ядерного рассеяния с участием лёгких экзотических ядер на основе микроскопической модели оптического потенциала : Бакалаврская работа // Государственный университет «Дубна», 2020.
9. Lukyanov, V. K. Eikonal phase for the symmetrized Woods-Saxon potential and its use for heavy ion scattering / V. K. Lukyanov, E. V. Zemlyanaya // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. – 2000. – Vol. 26. – №. 4. – Pp. 357–363.
10. Lukyanov, V. K. V. High-energy approximation for nucleus–nucleus scattering / V. K. Lukyanov, E. V. Zemlyanaya // *International Journal of Modern Physics E*. – 2001. – Vol. 10. – №. 03. – Pp. 169–183.
11. Подход Глаубера-Ситенко в рассеянии ядер с реалистическими плотностями и метод восстановления оптического потенциала / В.К. Лукьянов, Е.В. Земляная, Б. Словинский, К. Ханна // *Известия Российской академии наук. Серия физическая*. – 2003. – Т. 67. – №. 1. – С. 55–61.
12. Лукьянов, В. К. Расчет полных сечений ядро-ядерных реакций с использованием реалистических ядерных плотностей / В. К. Лукьянов, Е. В. Земляная, Б. Словинский // *Известия Российской академии наук. Серия физическая*. – 2004. – Т. 68. – №. 2. – С. 162–166.
13. Лукьянов, В. К. Полные сечения ядро-ядерных реакций в подходе Глаубера-Ситенко для реалистических распределений ядерной материи / В. К. Лукьянов, Е. В. Земляная, Б. Словинский // *Ядерная физика*. – 2004. – Т. 67. – Вып. 7. – С. 1306–1321.
14. Лукьянов, К. В. DFM-POT - программа расчета ядро-ядерного потенциала в рамках модели двойного фолдинга / К. В. Лукьянов // Объединенный институт ядерных исследований : Библиотека программ jinrlib. – URL : <http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/dfm-pot/index.html>.
15. Лукьянов, К. В. DFM-POTM – parallel calculation of the double folding nucleus-nucleus potential / K. V. Lukyanov, E. V. Zemlyanaya, M. V. Bashashin // Объединенный институт ядерных исследований : Библиотека программ jinrlib. – URL : <http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/dfm-potm/index.html>.

16. Microscopic analysis of quasielastic scattering and breakup reactions of the neutron-rich nuclei Be 12, 14 / V. K. Lukyanov, D. N. Kadrev, E. V. Zemlyanaya, K. V. Lukyanov, A. N. Antonov, M. K. Gaidarov // *Physical Review C*. – 2019. – Vol. 100. – №. 3. – P. 034602.
17. Nuclear-matter density distribution in the neutron-rich nuclei 12, 14Be from proton elastic scattering in inverse kinematics / S. Ilieva et al. // *Nuclear Physics A*. – 2012. – Vol. 875 – Pp. 8–28.
18. Quasielastic scattering of Be 12, 14 on C 12 / M. Zahar et al. // *Physical Review C*. – 1994. – Vol. 49. – №. 3. – Pp. 1540–1544.
19. Glauber, R. J. *Lectures on Theoretical Physics*. – Interscience, New York, 1959. – Vol. 1.
20. Analysis of charge-density distributions in nuclei / V. V. Burov, D. N. Kadrev, V. K. Lukyanov, Yu. S. Pol' // *Physics of Atomic Nuclei*. – 1998. – Vol. 61. – №. 4. – Pp. 525–532.