

УДК 514.851: 531.714.2

СОВРЕМЕННЫЙ ВЗГЛЯД НА ГЕОМЕТРИЮ РЕАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Кашуба Леонид Анатольевич

*Кандидат технических наук, доцент Института системного анализа и управления;
ГБОУ ВПО «Международный университет природы, общества и человека «Дубна»,
Институт системного анализа и управления;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19;
e-mail: leonid-ak@mail.ru.*

Геометрия номинальных геометрических элементов детали представлена в системе координат проекта. Реальная геометрия пространственных элементов, представленная в в системе координат системы измерения, отличается от номинальной геометрии по форме и расположению. Рассмотрен способ определения отклонений формы и расположения пространственных реальных элементов детали от номинальной формы и расположения.

Ключевые слова: геометрический элемент, реальный геометрический элемент, система координат проекта, система координат системы измерения, отклонение формы, отклонение расположения, погрешности формы и расположения.

MODERN VIEW ON THE REAL GEOMETRY OF SURFACES DETAILS OF MACHINE-BUILDING PRODUCTS

Kashuba Leonid

*Candidate of Science in Engineering, associate professor of Institute of system analysis and management;
Dubna International University of Nature, Society and Man,
Institute of system analysis and management;
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;
e-mail: leonid-ak@mail.ru.*

Geometry nominal geometry details are presented in the coordinate system of the project. Real geometry of spatial elements presented in the coordinate system of the system of measurement differs from the nominal geometry shape and location. The way to determine the deviations of the shape and spatial location of the real features of a part of the nominal form and location.

Keywords: Nominal geometry, real geometry, coordinate system of the project, the system of coordinates measurement systems, geometric tolerance, the rejection of the location, the errors of form and position.

Введение

Для адекватного представления о геометрии в машиностроении воспользуемся понятийно¹-аксиоматическим методом. В дальнейшем изложении воспользуемся этим способом для определения состава и пояснения всех необходимых понятий. Будем приводить их в сносках, сопровождающих текст.

¹ *Понятие* – отображённое в мышлении единство существенных свойств, связей и отношений предметов или явлений; мысль или система мыслей, выделяющая и обобщающая предметы некоторого класса по определённым общим и в совокупности специфическим для них признакам. Понятия суть «сокращения, в которых мы охватываем, сообразно их общим свойствам, множество различных чувственно воспринимаемых вещей», а также нечувственных объектов, таких как другие понятия.

*Термины*², представляющие идеализированные свойства исследуемых объектов и процессов, формулируют понятия в виде истин, доказанных ранее или не требующих доказательства – *аксиом*³.

По строгим правилам логического вывода из них выводятся другие истинные свойства – *теоремы*⁴.

Совокупность *умозаключений*⁵ – теория⁶ отражает объективно существующие отношения и связи между явлениями объективной реальности в совокупности и образует однозначную детерминированную⁷ *математическую модель*⁸ исследуемого объекта, которую в дальнейшем можно представить вероятностной или стохастической⁹ моделью.

Номинальная и реальная геометрия детали

Объектами машиностроения являются физические тела. Изделия¹⁰ машиностроения представляют собой результат *сборки*¹¹ совокупности *деталей*¹², являющихся наименьшими частями машин. Геометрия деталей в машиностроении играет определяющую роль. Она пронизывает все стадии и этапы жизненного цикла изделия. *Объем*¹³ детали ограничен от окружающей среды конечным множеством *поверхностей*¹⁴, разной *величины*¹⁵, *формы*¹⁶, и *размеров*¹⁷. Поверхность является первичным *геометрическим элементом*¹⁸ (*точкой*¹⁹, *линией*²⁰, *профилем поверхности*²¹,

² *Термин* (от лат. *terminus* – предел, граница) – слово или словосочетание, являющееся названием некоторого понятия какой-нибудь области науки, техники, искусства и т. п. Термины входят в конкретную лексическую систему языка, но лишь через посредство конкретной терминологической системы. В пределах данной системы понятий термин в идеале должен быть однозначным, систематичным, стилистически нейтральным.

³ *Аксиома* – утверждения, которые в рамках конкретной теории принимаются истинными без всяких доказательств или обоснований.

⁴ *Теорема* (греч. θεωρημα – «доказательство, вид; взгляд; представление, положение») – утверждение, для которого в рассматриваемой теории существует доказательство (иначе говоря, вывод).

⁵ *Умозаключение* – умственное действие, связывающее в ряд «посылок» и «следствий» мысли различного содержания;

⁶ *Теория* – (греч. θεωρία – рассмотрение, исследование) – учение, система идей или принципов. Является совокупностью обобщенных положений, образующих науку или ее раздел.

⁷ *Детерминированный* – обусловленный, predetermined, задающий характер и направление какого-либо процесса и т. п.

⁸ *Математическая модель* – это математическое представление реальности [1]. Является частным случаем понятия модели, как системы, исследование которой позволяет получать информацию о некоторой другой системе.

⁹ *Стохастический* (от греч. στοχαστικός – «умеющий угадывать») используется во многих терминах из разных областей науки, и в общем означает неопределенность, случайность чего-либо. В данном случае случайный результат некоторой детерминированной неслучайной функции совокупности аргументов при случайных значениях аргументов.

¹⁰ *Изделие* – единица промышленной продукции, количество которой может исчисляться в штуках (экземплярах). К изделиям относят детали, комплекты, сборочные единицы, комплексы (ГОСТ 2.102-68(1995)).

¹¹ *Сборка* – образование соединений составных частей изделия.

¹² *Деталь* – изделие, изготовленное из однородного по наименованию и марке материала,

¹³ *Объем* – количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Объем тела или вместимость сосуда определяется его формой и линейными размерами.

¹⁴ *Поверхность* – традиционное название для двумерного многообразия в пространстве, определяемое в собственной системе координат. Поверхность имеет площадь, но не имеет толщины.

¹⁵ *Величина* – одно из основных математических понятий, устанавливающее отношение неравенства: две величины a и b одного и того же рода или совпадают ($a=b$), или первая меньше второй ($a < b$), или вторая меньше первой ($b < a$).

¹⁶ *Форма элемента* – (лат. *forma* – форма, внешний вид): внешнее очертание, наружный вид, контуры геометрического элемента.

¹⁷ *Размер* – числовое значение линейных величин (диаметра, длины, угла и т.п. геометрических параметров) в выбранных единицах измерения.

¹⁸ *Геометрический элемент* – обобщенный термин, под которым в зависимости от соответствующих условий может пониматься точка, линия, профиль, поверхность, тело.

¹⁹ *Точка* – одно из фундаментальных понятий геометрии. В Евклидовой геометрии «точка» не имеет определения. Есть, правда, шутовское определение, данное учителями математики дореволюционных гимназий:

поверхностью) конструкции детали, однозначно определёнными в системе координат²². Поверхности пересекаются или сопрягаются по рёбрам²³ или линиям сопряжения²⁴. выбранной системе координат²⁵ их величина и расположение²⁶ ограничивают объём тела²⁷ деталей.

Рёбра деталей машиностроения обычно имеют скругления²⁸ углов определённого радиуса или фаски²⁹, представляющие собой вспомогательные поверхности. В местах пересечения более чем двух поверхностей, а также двух линий пересечения или сопряжения образуются точки пересечения. Основные поверхности деталей взаимодействуют с окружающей средой. По соприкасающимся поверхностям разных деталей осуществляется сборка деталей друг с другом.

Геометрические элементы детали могут быть:

- несимметричными (их больше) и симметричными с осевой или центральной симметрией (их меньше);
- с кривизной (их бесконечно большое количество) и без кривизны (это прямая линия и плоскость).

Замысел геометрии детали, как и всякого другого элемента конструкции, рождается в системе координат проекта³⁰ совокупностью геометрических элементов, имеющих номинальную геометрию³¹, заданную в собственных системах координат³².

Геометрию замысла называют номинальной геометрией детали³³. Геометрические параметры формы номинальных геометрических элементов (линий, поверхностей) зависят от способа их образования: кинематического или каркасного (линейного или точечного) с последующим двумерным интерполированием формы [1].

точка есть то, часть чего есть ничего. Тем не менее, понятие точка является родительницей понятий линия и поверхность. Точка присутствует во всех измерениях пространств и во всех системах координат.

²⁰ Линия – геометрическое понятие, определяемое в разных разделах геометрии различно. В элементарной геометрии понятие кривой не получает отчётливой формулировки и иногда определяется как «длина без ширины» или как «граница фигуры».

²¹ Профиль поверхности – линия пересечения поверхности плоскостью.

²² Система координат – комплекс определений, реализующий метод координат, то есть способ определять положение точки или тела с помощью чисел или других символов. Совокупность чисел, определяющих положение конкретной точки, называется координатами этой точки.

²³ Ребро – любой отрезок, являющийся стороной какого-либо многогранника или пересечения поверхностей.

²⁴ Линия сопряжения – места плавного перехода одной поверхности в другую.

²⁵ Выбранная система координат – комплекс определений, позволяющих определять положение точки, линии или поверхности тела в пространстве с помощью чисел или других символов.

²⁶ Расположение поверхностей – в стандартах не определено. О расположении поверхностей в некоторой системе координат можно судить по расположению их собственной системе координат.

²⁷ Тело – часть пространства, ограниченная замкнутой совокупностью поверхностей.

²⁸ Скругление углов объекта – образование на углах контура ломаной многоугольника отрезка дуги определённого радиуса, касательной к пересекающимся прямым или образование поверхности с постоянной или переменной кривизной определённого радиуса вдоль линии пересечения поверхностей, сопрягаемой с пересекающимися поверхностями. Команда в САД системах, которая позволяет построить скругление.

²⁹ Фаска – поверхность, образованная скосом кромки ребра пересечения поверхностей. Используется в технологических, технических, а также в декоративных и эргономических целях.

³⁰ Система координат проекта – система координат, в которой представляют собственные системы координат номинальных геометрических элементов.

³¹ Номинальная геометрия – обобщённый термин, под которым в зависимости от соответствующих условий понимается номинальные форма и размеры геометрических элементов, имеющие номинальное расположение в системе координат проекта без отклонений формы и расположения.

³² Собственная система координат геометрического элемента – система координат, в которой однозначно определены координаты точек геометрического элемента.

³³ Номинальная геометрия детали – обобщённый термин, под которым в зависимости от соответствующих условий понимается номинальные форма и размеры геометрических элементов, имеющие номинальное расположение в системе координат проекта номинальной геометрии детали без отклонений формы и расположения, обусловленных применявшимися при изготовлении технологией и средствами технологического оснащения.

Реальную геометрию³⁴ поверхностей детали получают после изготовления из заготовок³⁵ по выбранному технологическому процессу³⁶ с помощью выбранных средств технологического оснащения (СТО): технологического оборудования,³⁷ технологической оснастки³⁸, приспособлений³⁹ и инструментов⁴⁰, и измеряют выбранными средствами измерения⁴¹.

Реальная геометрия геометрических элементов детали может быть представлена координатами точек реальной поверхности в системе координат системы измерения⁴². Она отличается от номинальной геометрии, представленной в системе координат проекта отклонением формы и расположения реальных геометрических элементов детали от формы и расположения номинальных геометрических элементов.

Рассматривать всю деталь как целое и сравнивать геометрию реальной детали с номинальной геометрией детали можно, но неэффективно. Поскольку первичным геометрическим элементом детали является поверхность, то переход от рассмотрения геометрии детали в целом к реальным поверхностям, ограничивающим объем детали, сулит большие перспективы при решении задач оптимизации ограничений допусков⁴³ на традиционные отклонения формы и расположения поверхностей в конструкторской и технологической документации.

Геометрические параметры формы и расположения реальных геометрических элементов (линий, поверхностей) детали, определяемые характерными размерами⁴⁴ длин и углов, заданы в технической документации и могут быть больше или меньше только в пределах поля допуска⁴⁵, обеспечивающего гарантированную собираемость⁴⁶ и работоспособность⁴⁷ машин.

Характерные размеры поверхностей деталей традиционно измеряют простейшими двухточечными⁴⁸ инструментами (штангенциркуль, микрометр), оценивают по весьма приблизительным рекомендациям [2] и определяют в соответствии с несовершенными установленными правилами [3, 4, 5].

³⁴ Реальная геометрия детали – совокупность поверхностей, ограничивающая реальную деталь и отделяющая ее от окружающей среды.

³⁵ Заготовка – не вполне готовое изделие или его часть, обрабатываемые окончательно в процессе производства, полупродукт.

³⁶ Технологический процесс – последовательность действий на исходное состояние материала (заготовку) и режимы их выполнения.

³⁷ Технологическое оборудование – средства технологического оснащения, в которых для выполнения определенной части технологического процесса размещают материалы или заготовки, средства воздействия на них, а также технологическую оснастку.

³⁸ Технологическая оснастка – средства технологического оснащения, дополняющие технологическое оборудование для выполнения определенной части технологического процесса.

³⁹ Приспособление – технологическая оснастка, предназначенная для установки или направления предмета труда или инструмента при выполнении технологического процесса.

⁴⁰ Инструмент – технологическая оснастка, предназначенная для воздействия на предмет труда с целью изменения его состояния.

⁴¹ Средство измерения – технологическая оснастка, предназначенная для измерения состояния геометрии и физических свойств детали.

⁴² Система координат системы измерения – система координат, в которой представлены измеренные координаты точек реальной геометрии элемента.

⁴³ Допуск – разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами.

⁴⁴ Характерный размер поверхности – обобщенный термин, под которым в зависимости от соответствующих условий может пониматься любой из размеров поверхности, характеризующий её форму и величину, например, диаметр для цилиндрической и сферической поверхностей.

⁴⁵ Поле допуска – поле, ограниченное наибольшим и наименьшим предельными размерами и определяемое величиной допуска и его положением относительно номинального размера.

⁴⁶ Собираемость – комплекс конструктивных, технологических и производственных мероприятий, обеспечивающий сборку деталей машин без излишних (нетехнологических) пригоночных работ с наиболее рациональной организацией процесса сборки.

⁴⁷ Работоспособность – состояние объекта или субъекта, при котором оно способно выполнять заданную функцию с параметрами, установленными требованиями технической документации.

⁴⁸ Двухточечные инструменты – простейшие метрологические устройства (штангенциркули, микрометры и т. д.). Оценка измеряемых параметров детали производится по их показаниям.

Наиболее полную и достоверную информацию о реальной геометрии детали можно получить с помощью *3D координатно-измерительных машин*⁴⁹ (КИМ). В результате измерения *в системе координат системы измерения* получают массивы координат точек реальных геометрических элементов деталей машин (поверхностей, линий).

По сложившейся терминологии в машиностроении для каждого реального геометрического элемента к *одноимённому номинальному геометрическому* [3,4].

Математическая модель определения отклонения величины, расположения и формы реального элемента в системе координат системы измерения от номинальной геометрии геометрических элементов, представленных в системе координат проекта, зависит от выбора *отсчётного геометрического элемента*⁵⁰ (линии, поверхности, системы координат). Отсчётным элементом для определения отклонения формы геометрического элемента является *номинальная форма геометрического элемента* (линия, поверхность), а для определения отклонения расположения – *номинальное расположение собственной системы координат элемента в системе координат проекта*.

Нормативная база представления геометрии номинальной и реальной геометрии в проектной конструкторской документации, изложена во множестве действующих основополагающих стандартов, среди которых наибольший интерес для этой статьи представляют:

1. ГОСТ 24642-81. Допуски формы и расположения поверхностей,
2. ГОСТ 25142-82. Шероховатость поверхности. Термины и определения.
3. ГОСТ 31254-2004. Основные нормы взаимозаменяемости Геометрические элементы. Общие термины и определения.
4. ГОСТ 21495-76 Базирование и базы в машиностроении.

Эта нормативная база отстала от требований времени.

В стандарте [3] для отклонений формы и расположения реальных элементов без кривизны (прямая линия и плоскость) и с постоянной кривизной (окружность, цилиндр) в качестве *отсчётных элементов* используются *прилегающие элементы*, имеющие форму номинальных элементов, соприкасающихся с реальными элементами и расположенные *вне материала* детали так, чтобы максимальное отклонение E_{max} *прилегающих элементов* от наиболее удаленной точки реальных элементов имело минимальное значение (рис. 1). Формально это соответствует условию оптимизации $E_{max} \rightarrow \min$.



Рис. 1. Прилегающие элементы: а – элемент без кривизны; б – элемент с постоянной кривизной

Международный стандарт [6] отклонение формы реальных геометрических элементов без кривизны, «похожих» на номинальные, (например, прямую линию и плоскость) определяет по минимальной величине зазора h между *отсчётными прилегающими элементами*, имеющими форму

⁴⁹ *Координатно-измерительная машина* – устройство для измерения геометрических характеристик объекта. Машина может управляться вручную оператором или автоматизировано компьютером. Измерения проводятся посредством зонда, прикрепленного к подвижной части машины. Измерительные зонды могут быть механического, оптического, лазерного типа, дневного света, и другими.

⁵⁰ *Отсчётный геометрический элемент* – элемент, служащий для оценки отклонений точек реального геометрического элемента по нормали к номинальному или положения системы координат реального элемента по отношению к системе координат номинального.

номинальных, и расположенными параллельно по обе стороны от реального геометрического элемента. Формально это соответствует условию оптимизации $h \rightarrow \min$ (рис. 2).

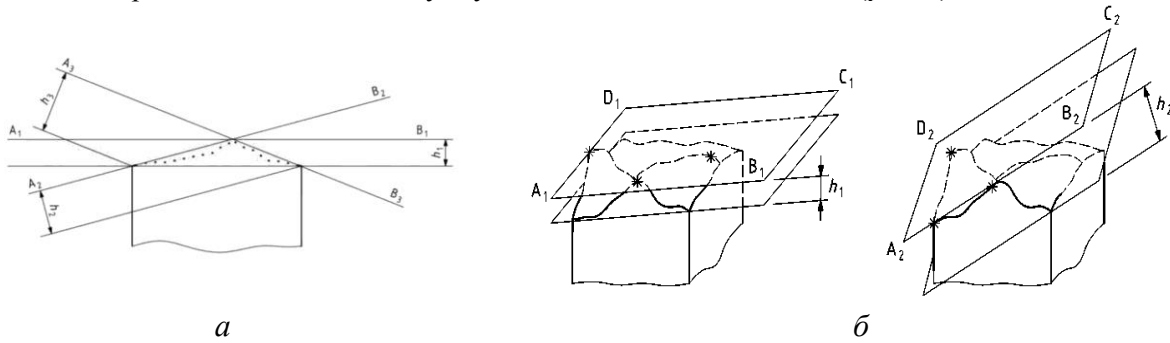


Рис. 2. Отсчётные прилегающие элементы для геометрических элементов без кривизны: а – отклонение формы реальной линии, «похожей» на прямую от прямой; б – отклонение реальной поверхности, «похожей» на плоскость от плоскости

Отклонения формы геометрических элементов с постоянной кривизной (окружность, цилиндр) рекомендуется определять по минимуму зазора между прилегающими окружностями и цилиндрами минимальной и максимальной зон⁵¹ (рис. 3).

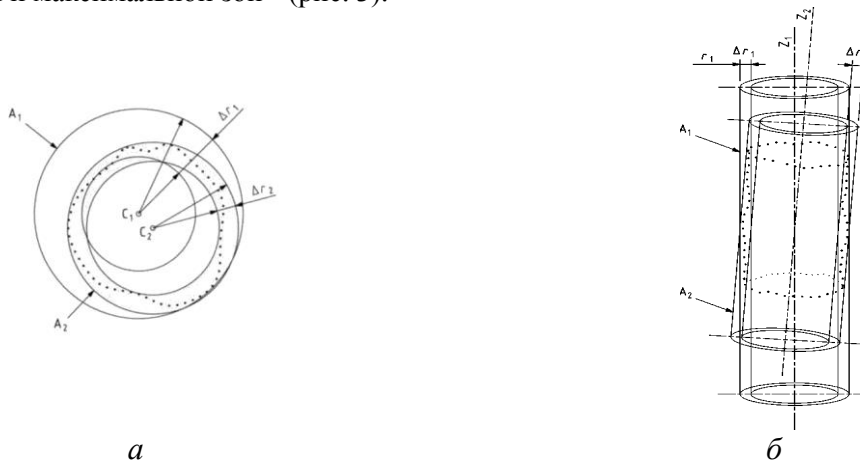


Рис. 3. Отсчётные прилегающие элементы для геометрических элементов с кривизной: а – отклонение формы реального замкнутого контура от круга; б – отклонение формы реальной поверхности «похожей» на цилиндр от цилиндричности

Выбор прилегающих элементов в качестве отсчётных элементов для определения отклонений формы для геометрических элементов, «похожих» на прямую, плоскость, круг и цилиндр не обеспечивает определения отклонения формы реальных элементов от номинальных элементов и однозначности расположения прилегающих элементов в системе координат системы измерения среди измеренных точек реальных элементов. Остальные формы линий и поверхностей в [3] и [6] не рассматривались.

Способы привязки полученного отклонения формы к реальной геометрии и определения собственных систем координат к номинальным и прилегающим элементам, необходимые для количественной оценки отклонения расположения, в [3] и [6] не объяснены, а само определение указанных систем координат носит произвольный характер.

Тем не менее, вся существующая нормативная база для определения отклонений формы и расположения построена на прилегающих элементах.

В стандарте [3] оценку отклонения формы реальных элементов допускается осуществлять с помощью средних элементов⁵², имеющих номинальную форму, расположенных среди точек

⁵¹ Окружности и цилиндры минимальной и максимальной зон – окружность и цилиндр соприкасающиеся с реальным профилем и расположенные вне материала детали так, чтобы наибольшее расстояние E между реальным профилем и окружностью минимальной или максимальной зон имело минимальное значение.

реальных элементов, и такие размеры, чтобы сумма квадратов расстояний между реальным и средним элементом в пределах нормируемого участка имела минимальное значение (рис. 4).

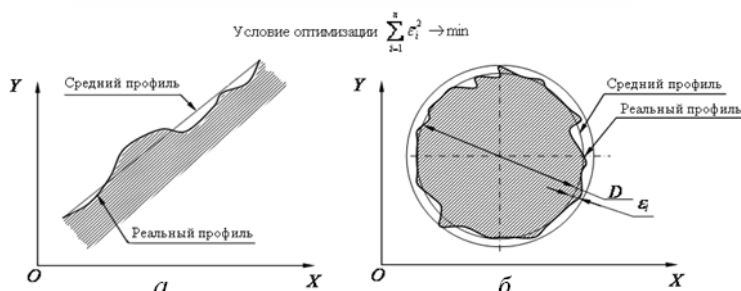


Рис. 4. Средние элементы: а – элемент без кривизны; б – элемент с постоянной кривизной

Стандарт [5] по умолчанию (без точного определения понятия средний элемент) использует средние элементы в качестве отсчётных элементов для определения отклонений формы реального элемента каждой из трех областей:

- при формулировании технических требований, при рассмотрении отдельных частей будущей детали, опираясь на 2D чертёжную документацию;
- при физической материализации детали без построения 3D моделей детали, необходимых для изготовления деталей на станках с ЧПУ с поверхностями, не отличающимися от плоскости, цилиндра и конуса;
- в области контроля, когда используются части данной детали при двухточечной оценке⁵³ измеряемых геометрических параметров детали,
- а также для уяснения взаимосвязи между этими областями.

В стандартах [3, 4, 5, 6] понятие *отклонение расположения реальных элементов* строго не определено, отклонение расположения элементов не связывается с собственными системами координат номинальных и реальных элементов. Внимание уделено только деталям с плоскими, цилиндрическими и конусными поверхностями. Нет определения отклонений формы от номинальной поверхности любой формы. Правила привязки системы координат к реальной и номинальной геометрии отсутствуют. Все термины и их определения идут от номинальной геометрии поверхностей детали без связи с технологией и СТО, определяющих реальную геометрию.

Средние геометрические элементы для геометрических элементов без кривизны (прямых линий) можно определить, как геометрические элементы *ортогональной средней квадратической регрессии*⁵⁴ [7]. Эту же идею можно перенести вначале на плоскость, а затем и на любые геометрические элементы с кривизной (линии, поверхности) [8]. Такие отсчётные элементы можно назвать *отсчётными ортогональными элементами*. Для них в определении среднего геометрического элемента ошибочно применённое понятие **размер** целесообразно заменить синонимичным понятием **величина**.

До сих пор во всех нормативных документах, связанных с определениями отклонений реальной геометрии геометрически элементов от номинальной геометрии, речь шла только об отклонении формы и расположения реального геометрического элемента, и нигде в нормативных документах не упоминалось о таком геометрическом свойстве как *величина* геометрического элемента.

⁵² *Средний геометрический элемент* – поверхность, линия, профиль, имеющие номинальную форму и такие размеры и/или расположение, чтобы сумма квадратов расстояний между реальным и средним элементами в пределах нормируемого участка имела минимальное значение.

⁵³ *Двухточечная оценка* – оценка измеряемых параметров детали по показаниям простейших метрологических устройств (штангенциркулей, микрометров и т. д.), но не КИМ.

⁵⁴ *Ортогональная средняя квадратическая регрессия* – статистический метод, позволяющий определить положение системы координат геометрического элемента произвольной формы среди координат случайных точек по минимуму квадратов отклонений, определяемых по нормали к контуру (линии, поверхности) геометрического элемента.

Величина ортогонального элемента, обусловленная определением по минимуму суммы квадратов отклонения точек реального элемента от отсчётного ортогонального элемента, может быть, как равной, так больше или меньше величины номинального элемента.

Если отсчётный ортогональный элемент имеет форму и величину номинального геометрического элемента, то отклонение точек реального элемента определяется по нормали к номинальному элементу, что и требовалось по смыслу для оценки отклонения формы.

При отличии *величины* реального геометрического элемента от величины номинального геометрического элемента нужно, прежде всего, сохранить положение системы координат номинального элемента в системе координат системы измерения, необходимое для определения отклонения формы, определяемой для каждой точки реального геометрического элемента по нормали к номинальному геометрическому элементу. Это возможно либо для *эквидистанты*⁵⁵ к номинальному элементу [9, 10, 11], либо для *изменённого масштаба номинального элемента* [13] в собственной системе координат номинального элемента. Неопределённость термина *форма элемента* допускает такую замену для номинальной формы элемента.

Изменённый масштаб номинального элемента при выборе начала собственной системы координат номинального элемента в качестве точки, относительно которой осуществляется масштабирование и эквидистанта к номинальному элементу, обеспечивают как достаточную величину элемента, которой соответствует ортогональная регрессия, так и совпадение положения систем координат номинального и вновь образованных отсчётных элементов.

В случаях, когда элемент не имеет кривизны (прямая или плоскость) или постоянную кривизну (дуга окружности или цилиндр) оба варианта отсчётных ортогональных элементов имеют одинаковую форму элемента (рис. 5, а). Для других форм элементов форма эквидистанты отличается от формы номинального элемента (рис. 5, б).

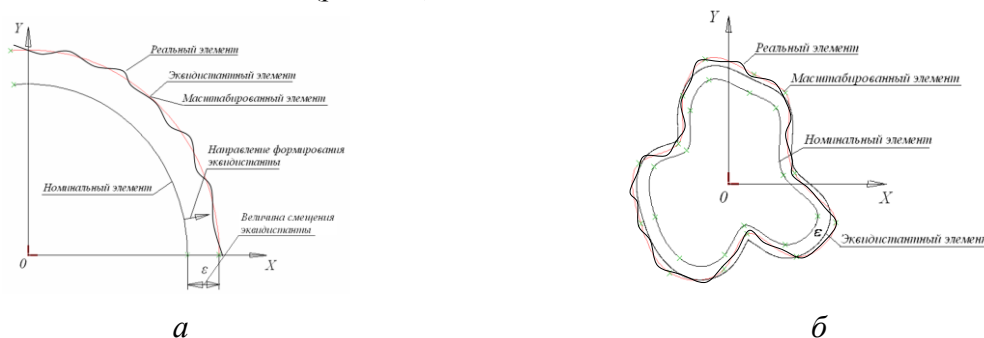


Рис. 5. сравнение отсчётных элементов: а – дуга, б – элемент произвольного вида

Масштабирование номинального геометрического элемента по предложенным правилам, необходимое для обеспечения величины элемента, которой соответствует ортогональная регрессия, пригодно для элемента любой формы и величины, а собственная система координат реального элемента совпадает с собственной системой координат номинального элемента. Поэтому масштабируемый отсчётный ортогональный элемент предпочтительнее.

Если к *отсчётному ортогональному элементу* построить эквидистанты нижней и верхней границ отклонения формы реального элемента, то между ними будут находиться отклонения формы, обусловленные шероховатостью⁵⁶ и волнистостью⁵⁷ (рис. 6).

⁵⁵ *Эквидистанта* – геометрическое место точек, равноудаленных от некоторой фиксированной кривой или поверхности.

⁵⁶ *Шероховатость* – совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами, выделенную с помощью базовой длины l . Базовую длину стандарт определяет, как длину базовой линии, используемой для выделения неровностей, характеризующих шероховатость поверхности. Базовая линия имеет идеальную геометрическую форму, соответствующую номинальному профилю рассматриваемой поверхности.

⁵⁷ *Волнистость* – совокупность периодически повторяющихся неровностей, у которых расстояние между соседними вершинами или впадинами превышает базовую длину l для имеющейся шероховатости поверхности.

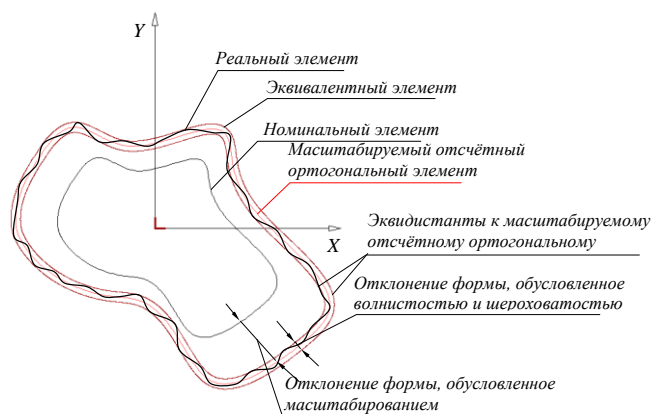


Рис. 6. Сопоставление геометрии реального и номинального элементов

Отклонение формы реального элемента состоит из двух компонент:

- первая обусловлена отклонением величины реального элемента от величины номинального элемента, обусловленным масштабированием;
- вторая – предельным эквидистантным отклонением формы реального элемента от масштабируемого отсчётного элемента, обусловленным волнистостью и шероховатостью и обеспечивающим максимум материала детали.

У реального геометрического элемента с постоянной кривизной предельное отклонение формы отсчётного ортогонального элемента относительно номинального постоянно по всему периметру реального геометрического. Для элемента с переменной кривизной отклонение формы отсчётного ортогонального элемента от номинального геометрического элемента не может быть постоянным по всему реальному геометрическому элементу из-за непостоянного расстояния между контурами номинального и масштабированного элементов.

Реальный элемент, ограниченный эквидистантой к наибольшему отклонению точек реального элемента от масштабируемого ортогонального отсчётного элемента, которой соответствует максимум материала детали целесообразно назвать **эквивалентным геометрическим элементом** или короче **эквивалентом**, похожим на *прилегающий элемент* по ГОСТ 24642-81, но определённым по другим правилам. Отклонение формы эквивалентного элемента совпадает с правилами, изложенными в [6], вместе с привязкой этого отклонения к реальному геометрическому элементу.

Расположение собственной системы координат несимметричного отсчётного ортогонального геометрического элемента произвольной формы при равномерном распределении конечного числа измеренных точек по реальной поверхности детали *однозначно* определяется среди координат случайных точек в системе координат системы измерения по минимуму квадратов отклонений от границы контура геометрического элемента (линии, поверхности) [9]. Система координат *отсчётного ортогонального элемента* совпадает с собственной системы координат реального элемента в системе координат системы измерения.

Наиболее убедительно алгоритм определения отклонения формы и расположения реального несимметричного геометрического элемента (поверхности) можно продемонстрировать на геометрическом элементе **трёхосный эллипсоид**, представленном в системе координат проекта. После изготовления и измерения с помощью КИМ реального элемента в системе координат системы измерения $O_{\text{СКСИ}}$, $X_{\text{СКСИ}}$, $Y_{\text{СКСИ}}$, $Z_{\text{СКСИ}}$ может быть получен массив точек реального геометрического элемента (рис. 7).

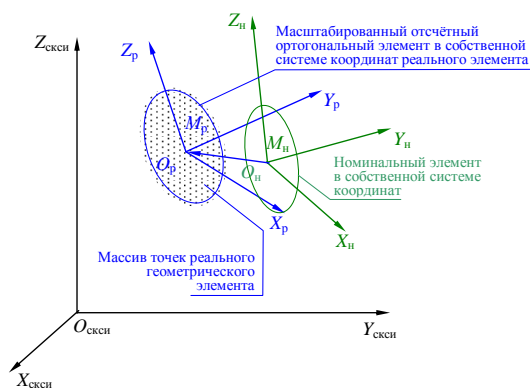


Рис. 7. К определению положения масштабированного отсчётного ортогонального элемента в системе координат системы измерения

Для оценки отличия геометрии реального элемента от проекта, поместим начало собственной системы координат O_n номинального трёхосного эллипсоида в произвольную точку системы координат системы измерения и направим оси его собственной системы координат X_n, Y_n, Z_n в произвольно выбранное направление.

Изменяя масштаб номинального элемента, перемещая начало координат и поворачивая собственную систему координат масштабированного номинального элемента в системе координат системы измерения, определим их величины, обеспечивающие наименьшую сумму квадратов отклонений точек реального элемента от масштабируемого, характерную для отсчётного ортогонального элемента.

Такая процедура в математике называется оптимизацией.

Выполним одновременно или последовательно описанные выше действия и определим в системе координат системы измерения:

- значения масштаба номинальной геометрии,
- координаты положения начала O_p системы координат отсчётного ортогонального элемента среди измеренных точек реальной поверхности;
- величины направляющих косинусов осей координат X_p, Y_p, Z_p матрицы A_p в системе координат системы измерения $O_{сксн} X_{сксн}, Y_{сксн}, Z_{сксн}$.
- при которых сумма квадратов отклонений точек реального элемента от ортогонального элемента будет минимальной.

Проведенная оптимизация определяет положение собственной системы координат реального несимметричного элемента в системе координат системы измерения и его *величину*, необходимую для определения состава геометрических параметров реальной поверхности.

Собственную систему координат реальных геометрических элементов, представленных в номинальной геометрии детали плоскостями и поверхностями с осевой и центральной симметрией, формируют по направлению и координатам двух реперных точек, как это делается в практике предприятий авиационного и ракетно-космического машиностроения с начала сороковых годов прошлого века [9, 10, 11].

Направление одной из осей собственной системы координат реальной плоскости и поверхности вращения совпадает с направлениями нормали или оси вращения. Направление двух других осей собственных систем координат геометрических элементов с осевой симметрией (цилиндр и поверхности вращения) требует указания координат реперной точки, измеренной на реальном геометрическом элементе. Одна из измеренных точек принадлежит эквиваленту геометрического элемента, другая – пересечению вычисленных нормали к ортогональной плоскости или оси вращения с эквивалентами соответствующих реальных поверхностей.

Для элементов с центральной симметрией (окружности и сферы) также требуется указание координат реперной точки, измеренной на реальном геометрическом элементе. Собственная система координат реального геометрического элемента, соответствующего в системе координат проекта

элементу с центральной симметрией в системе координат системы измерения выполняется по произвольному направлению одной из осей собственной системы координат геометрического элемента с центральной симметрией и реперной точке.

Простейший пример детали, имеющей номинальные поверхности с осевой и центральной симметрией – вал (рис. 8, а), ограниченный боковой поверхностью с цилиндрической номинальной геометрией поверхности (1) и двумя плоскими торцами (2, 3).



Рис. 8. Способы представления геометрии деталей с осевой и центральной симметрией: поверхности детали в CAD: а – номинальные поверхности в 3D; б – реальные поверхности после изготовления

Реальную геометрию поверхности детали получают после изготовления из заготовок по выбранному технологическому процессу на выбранных СТО (рис. 8 б) и измеряют в данном случае с помощью 3D КИМ.

Описанная выше оптимизация с помощью масштабированного отсчётного ортогонального элемента (рис. 9) позволяет для перечисленных поверхностей определить в системе координат системы измерения:

- величину эквивалентов реальных геометрических элементов, «похожих» на поверхности с осевой и центральной симметрией,
- направления осей тел вращения и нормалей к плоскостям,
- координаты точек, принадлежащих эквивалентам плоскостей, центрам сфер и осям поверхностей вращения.

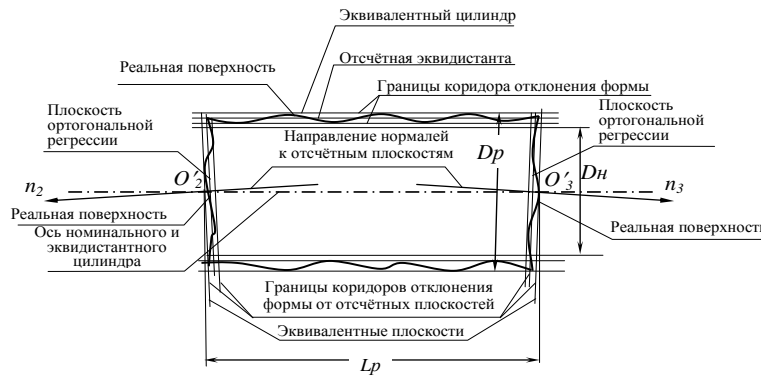


Рис. 9. Геометрия реальной детали в 2D

Для привязки прямоугольной системы координат к поверхностям с осевой или центральной симметрией на поверхностях номинальной и реальной геометрии необходимо координировать направление и две точки (два репера), принадлежащих каждой из поверхностей. Такими направлениями являются направления оси поверхности «похожей на цилиндр» и нормалей и нормали к поверхностям, «похожим на плоскости». Точками для эквивалента поверхности «похожей на цилиндр» являются точка O'_1 , принадлежащая оси, и точка k_1 , принадлежащая цилиндрам номинальному и реальному. На эквивалентах реальных поверхностей торцов «похожих на плоскости» направления нормалей и точки O'_2 , k_2 , O'_3 и k_3 , принадлежащие эквивалентам поверхностей торцов номинальному и реальному (рис. 10).

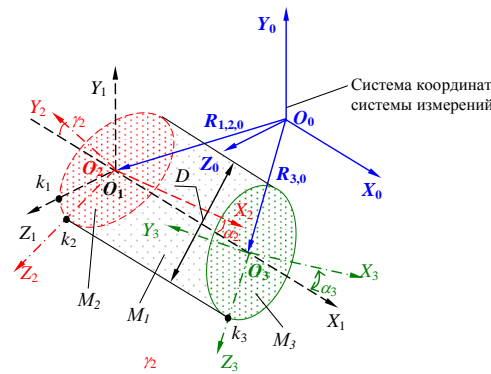


Рис. 10. Формирование систем координат реальных поверхностей с центральной и осевой симметрией

Определение геометрических параметров основных геометрических элементов детали возможно, если в составе исходных данных для обработки войдут не только результаты измерения координат точек реальной поверхности детали, отнесённые к каждой поверхности, но и 3D модель номинальных поверхностей детали, позволяющую построить собственные системы координат номинальных поверхностей.

Отклонение величины реального элемента определяется соотношением между найденной величиной масштабирования M_p отсчётного ортогонального элемента и единицей, соответствующей масштабу M_n номинального элемента.

Отклонение расположения каждого из геометрических элементов определяются в системе координат базы, одинаковой для одноимённых сравниваемых элементов [12]. Такой базой может быть собственная система координат одного из геометрических элементов одинакового в системах координат проекта и системе координат системы измерения (рис. 11, а).

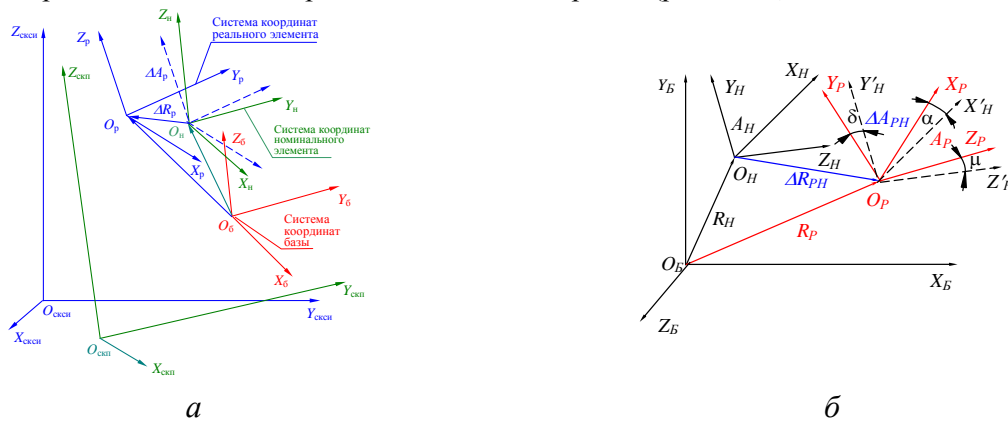


Рис. 11. Расположение собственных систем координат номинальных и реальных геометрических элементов: а – взаимное положение системы координат системы измерения и системы координат проекта при привязке к системе координат базы, общей для обеих систем координат; б - расположение собственных систем координат номинального и реального элементов в системе координат базы

В системе координат базы, одинаковой для одноимённых сравниваемых элементов, расположение системы координат номинальной поверхности в системе координат базы можно

представить вектором \mathbf{R}_H и матрицей $\mathbf{A}_H = \begin{bmatrix} l_{1H} & l_{2H} & l_{3H} \\ m_{1H} & m_{2H} & m_{3H} \\ n_{1H} & n_{2H} & n_{3H} \end{bmatrix}$, а системы координат реальной поверхности вектором \mathbf{R}_P и матрицей $\mathbf{A}_P = \begin{bmatrix} l_{1P} & l_{2P} & l_{3P} \\ m_{1P} & m_{2P} & m_{3P} \\ n_{1P} & n_{2P} & n_{3P} \end{bmatrix}$. (рис. 11, б)

Отклонение расположения реального элемента относительно расположения номинального элемента имеет две компоненты:

- первая компонента обусловлена **вектором смещения** $\Delta\mathbf{R}_{PH}$ начала координат собственной системы координат реального элемента O_p по отношению к началу собственной системы координат номинального элемента O_H ;
- вторая компонента обусловлена **матрицей дополнительного поворота** $\Delta\mathbf{A}_{PH}$ матрицы направляющих косинусов A_p собственной системы координат реального элемента относительно матрицы направляющих косинусов A_H собственной системы координат номинального элемента [12].

Все погрешности расположения удобнее всего определять в системе координат номинального геометрического элемента.

Расположение системы координат реальной поверхности в системе координат номинальной поверхности можно представить, как сумму расположения номинальной поверхности, представляемой вектором \mathbf{R}_H и матрицей \mathbf{A}_H и **погрешности расположения** представляемой **вектором смещения** $\Delta\mathbf{R}_{PH}$ и **матрицей дополнительного поворота** $\Delta\mathbf{A}_{PH}$ системы координат реальной поверхности:

$$\Delta\mathbf{R}_{PH} = \mathbf{A}_H^T \cdot (\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_H),$$

$$\Delta\mathbf{A}_{PH} = \mathbf{A}_H^T \cdot \mathbf{A}_P,$$

где \mathbf{A}_H^T – транспонированная матрица.

Длину вектора $\Delta\mathbf{R}_{PH}$ можно определить по расстоянию между началами координат реального и номинального геометрических элементов в системе координат базы по формуле

$$\Delta R_{PH} = \sqrt{(X_{O_p} - X_{O_H})^2 + (Y_{O_p} - Y_{O_H})^2 + (Z_{O_p} - Z_{O_H})^2}.$$

Дополнительный поворот системы координат можно представить двумя углами α и δ (α – угол между осью X_p и X'_H , δ – угол между осью Y_p и Y'_H) [13]. Третий угол μ между осью Z_p и Z'_0 из-за ортогональности осей координат определяется автоматически.

Косинусы углов α и δ определяются по формулам:

$$\cos \alpha = l_{1H}l_{1P} + m_{1H}m_{1P} + n_{1H}n_{1P}, \quad \cos \delta = l_{2H}l_{2P} + m_{2H}m_{2P} + n_{2H}n_{2P}$$

откуда $\alpha = \arccos (l_{1H}l_{1P} + m_{1H}m_{1P} + n_{1H}n_{1P})$ и $\delta = \arccos (l_{2H}l_{2P} + m_{2H}m_{2P} + n_{2H}n_{2P})$.

Вычислить численные значения характерных размеров геометрических элементов реальной детали можно по исходной 3D модели и результатам адекватной обработки данных измерения координат точек реальных деталей, полученных с помощью координатно-измерительных машин.

Отклонение формы реального элемента определяются по отклонению точек реального элемента по нормали к номинальному элементу.

В результате обработки данных координатно-измерительных машин в системе координат системы измерения можно определить величину эквивалентов реальных элементов, вычислить расстояния между началами собственных систем координат реальных геометрических элементов, направления осей систем координат эквивалентов элементов, а также отклонения величины, формы и расположения всех реальных геометрических элементов детали на всех стадиях жизненного цикла детали.

Выводы

Наиболее полную и достоверную информацию о реальной геометрии детали можно получить с помощью *3D координатно-измерительных машин*. Для решения задач прямого инжиниринга целесообразно рассматривать геометрические элементы детали с привычных позиций назначения допустимых ограничений формы и расположения поверхностей.

Выбор *средних геометрических элементов* в качестве отсчётных элементов для определения отклонений формы и расположения реальной геометрии от номинальной геометрии геометрических элементов обеспечивает однозначное определение геометрических параметров элементов реальной детали (величины, расположения, формы реальных геометрических элементов) и их отклонений от номинальной геометрии.

Средние геометрические элементы можно определить, как геометрические элементы *ортогональной средней квадратической регрессии*. Положение системы координат геометрического элемента произвольной формы среди координат случайных точек определяется по минимуму квадратов отклонений от границы геометрического элемента. Такие отсчётные элементы, названные *отсчётными ортогональными элементами*, масштабируемые при изменении величины реального геометрического элемента относительно начала координат номинального геометрического элемента, позволяют определить отклонения формы для несимметричных и симметричных геометрических элементов любой величины и формы. После всех приведенных обоснованных понятий и доказательств, появилась возможность ответить на все вопросы, относящиеся к геометрии любых реальных недеформируемых деталей машиностроения.

Разработанная *теория сравнения реальной геометрии деталей машиностроения с номинально геометрией* может быть положена в основу раздела практической метрологии геометрических параметров технических изделий. Такая теория обеспечивает вычисление всех размеров, определяющих объём детали, параметры отклонения величины, формы и расположения всех реальных поверхностей детали по данным измерения реальных поверхностей деталей координатно-измерительными машинами и сравнения их с 3D моделями деталей.

Эта же теория может быть положена в основу разработки нового поколения САПР, обеспечивающего в отличие от существующих систем, моделирование геометрии недеформируемых деталей, ограниченных реальными поверхностями, с последующим переходом к моделированию сопряжения реальных поверхностей деталей, сборки деталей и оценки изменения геометрии изделия после сборки.

Список литературы

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия. – М.: Машиностроение, 1978. – С. 239.
2. МИ 1317-2004. Рекомендация Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.
3. ГОСТ 24642-81 Допуски формы и расположения поверхностей.
4. ГОСТ 25142–82 Шероховатость поверхности.
5. ГОСТ 31254-2004. Основные нормы взаимозаменяемости. Геометрические элементы. Общие термины и определения.
6. ISO 1101 Geometrical Product Specifications (GPS) – Geometrical tolerancing – Tolerances of form, orientation, location and run-out.
7. Дунин–Барковский И.В., Карташова А.Н. Измерения и анализ шероховатости, волнистости и некруглости поверхности. – М., 1978. – С. 231.
8. Суслов В.И., Ибрагимов Н.М., Тальшева Л.П., Цыплаков А.А. Эконометрия: Учебное пособие. - Новосибирск: Издательство СО РАН, 2005. – С. 744.

9. Кашуба Л.А. Реальная геометрия детали // Сборка в машиностроении, приборостроении. – М.: ООО «Издательство Машиностроение», 2011. – №8. – С. 32-40.
10. Кашуба Л.А. Реальная геометрия детали. // Сборка в машиностроении, приборостроении. – М.: ООО «Издательство Машиностроение», 2011. – №10. – 2011. – С. 7-15.
11. Кашуба Л.А., Жук Д.М., Маничев В.Б. Геометрия реальных поверхностей деталей изделий машиностроения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – М., 2012. – №2. – С. 72-79.
12. Тарасов В.А., Кашуба Л.А. Теоретические основы технологии ракетостроения. – М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э. Баумана, 2006. – С. 351.
13. Кашуба Л.А., Проходцев Е.А. Разработка системы обработки информации, полученной измерением геометрии изделий с помощью координатно-измерительных машин. Электронный журнал // Системный анализ в науке и образовании: электрон. науч. журнал. – Дубна, 2013. – №2. – [Электронный ресурс]. URL: [http: /www. sanse.ru/archive](http://www.sanse.ru/archive) 28.